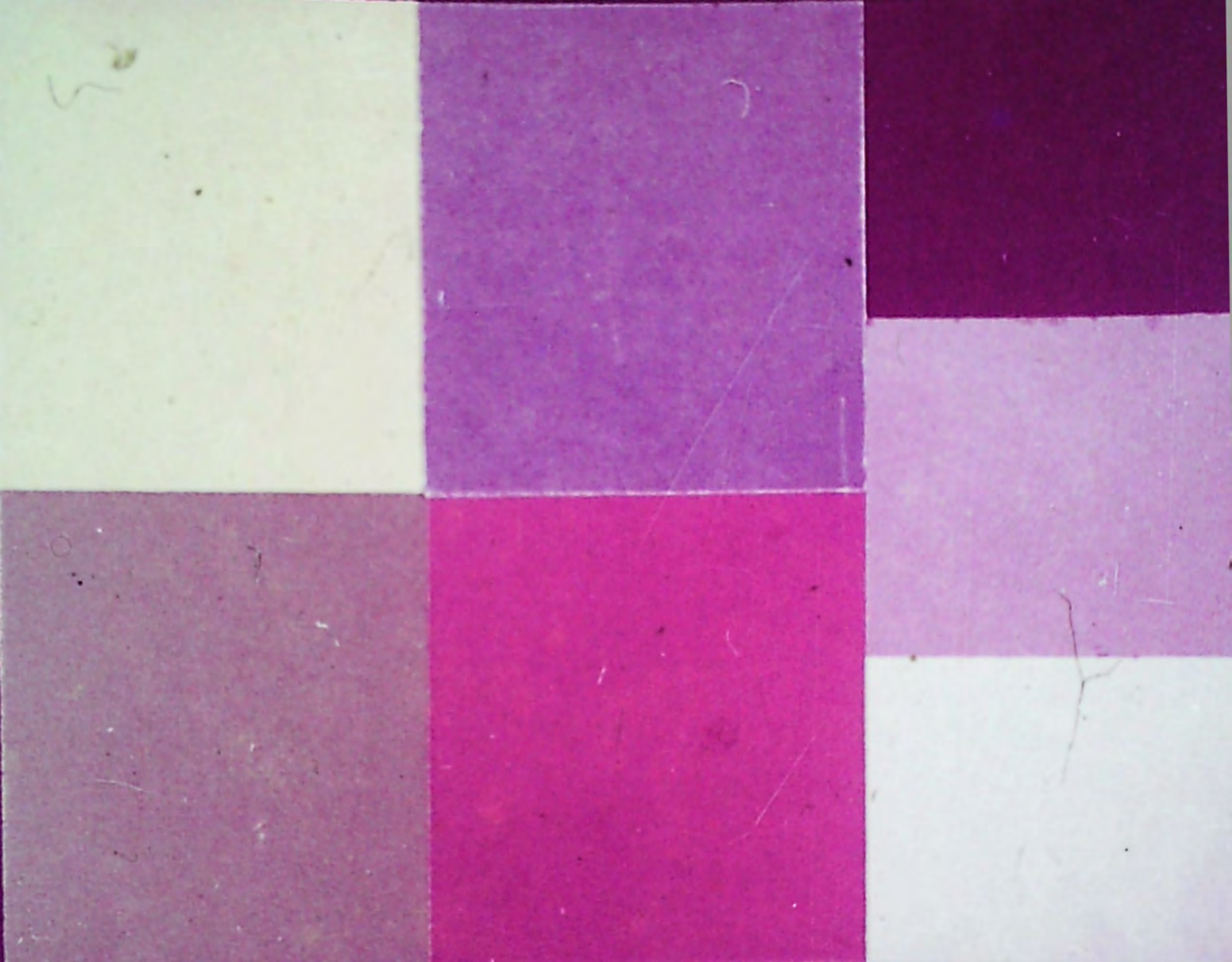


V 1979

3 3 3

ТУ-19-241-77

5

5

студия

ДИАФИЛЬМ

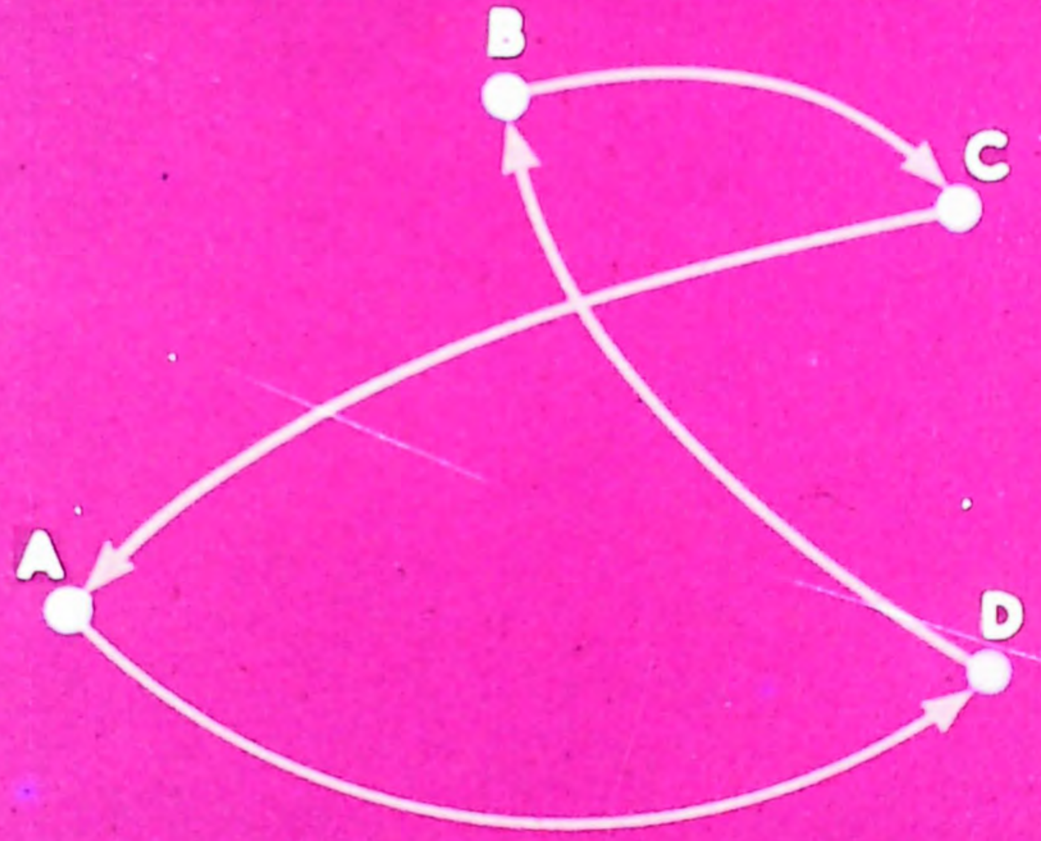
07—3—138

ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ПЛОСКОСТИ

К СВЕДЕНИЮ УЧИТЕЛЯ

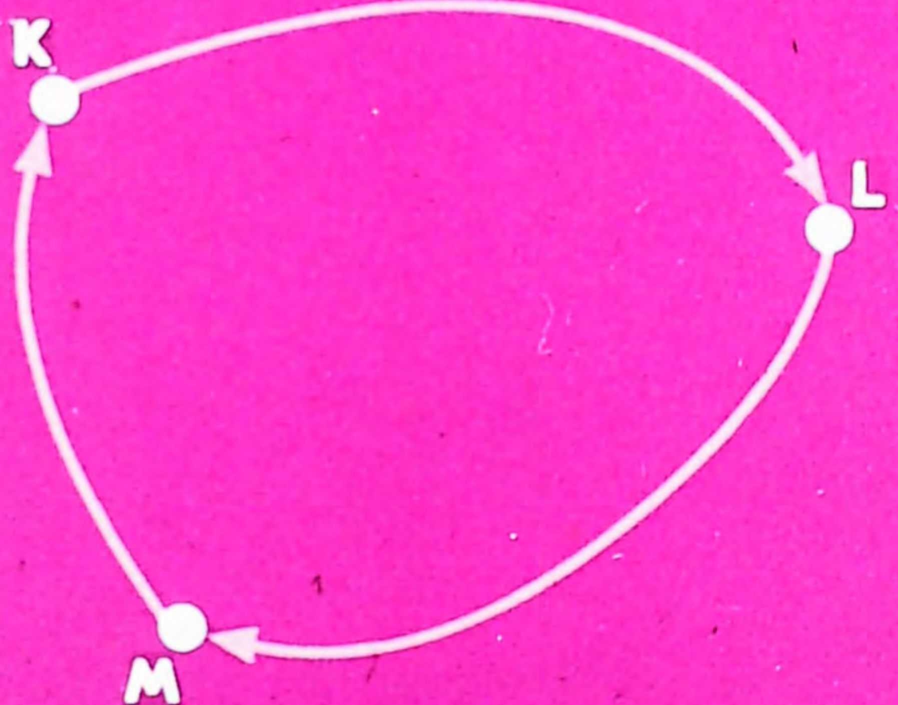
Материал этого диафильма органически связан с содержанием диафильмов «Отображение фигур» и «Формирование понятия конгруэнтности двух фигур». Понятие «перемещение» основано на таких понятиях, как «отображение фигуры на себя» и «отображение, сохраняющее расстояния между точками». Повторению этих понятий посвящены кадры 3—11.

Вторая часть диафильма (с 13 по 35 кадр) рассматривает некоторые общие свойства перемещений.



Задано отображение фигуры {A, B, C, D} на себя. Найдите в данном отображении образы точек A, B, C и D. Найдите образы фигур {A, C}; {B, C, D}; {A, B, C, D}.

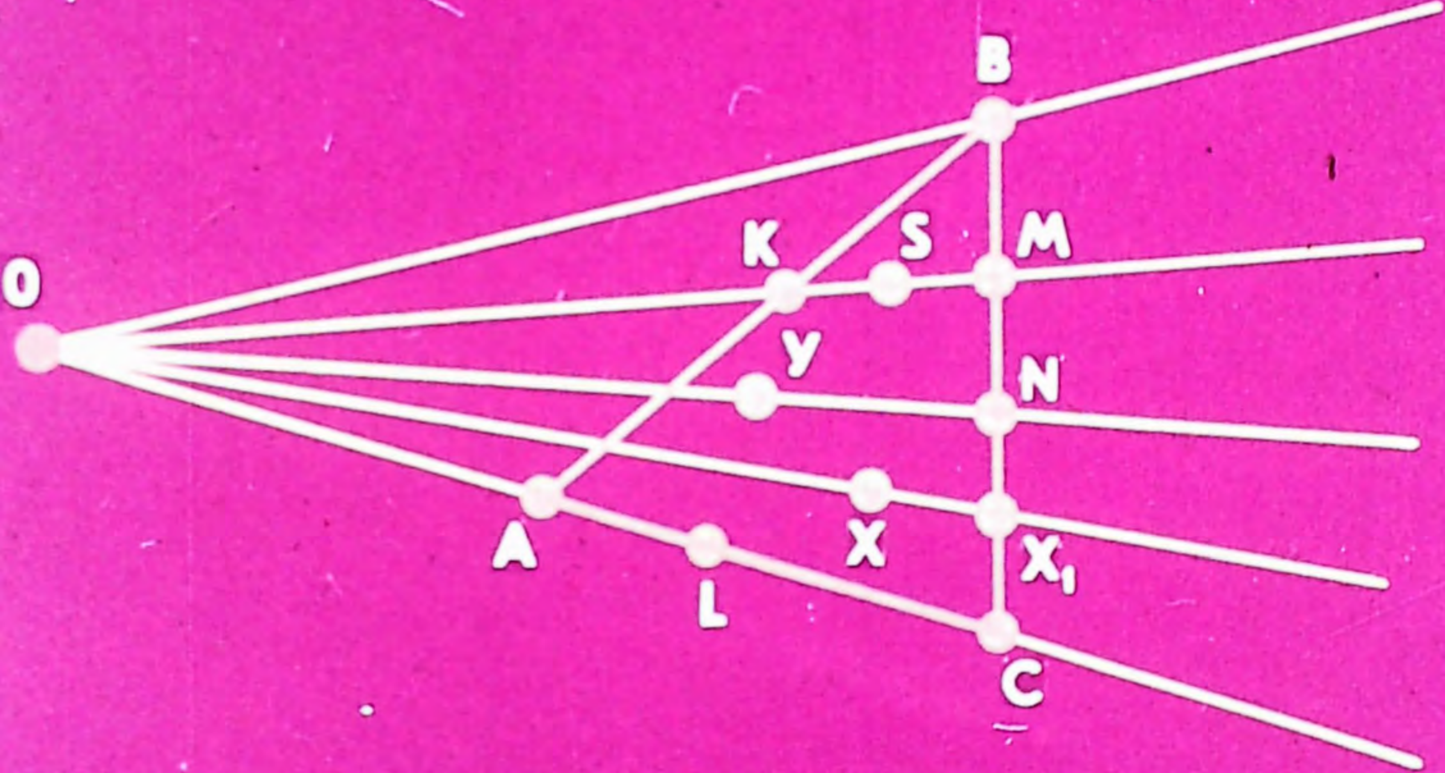
3



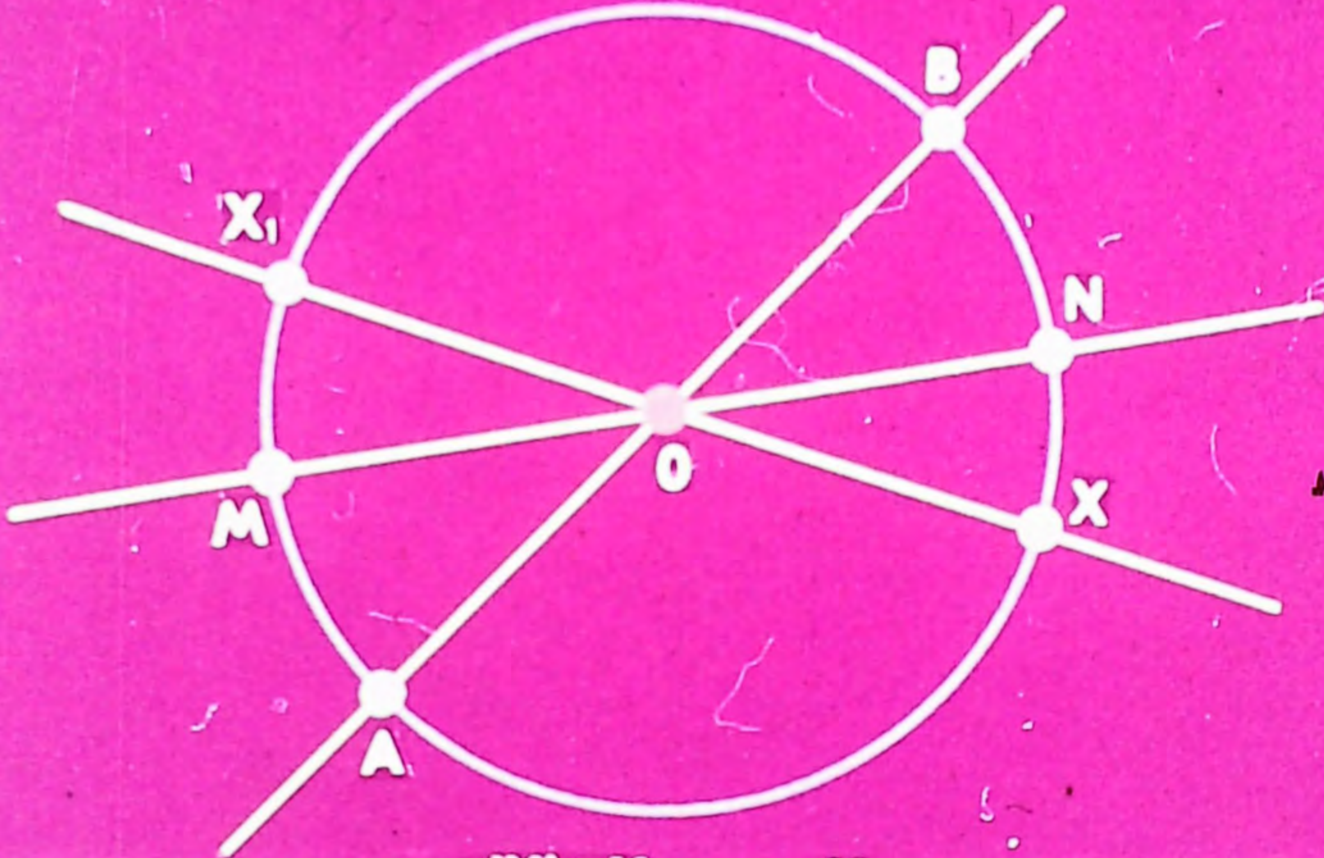
Задано отображение фигуры {K, L, M} на себя. Покажите, что все точки фигуры {K, L, M} в данном отображении имеют образы и все точки этой фигуры являются образами.

Укажите, отображение какой фигуры на какую задано. Является ли рассматриваемое соответствие отображением фигуры {A, B, C} на себя?

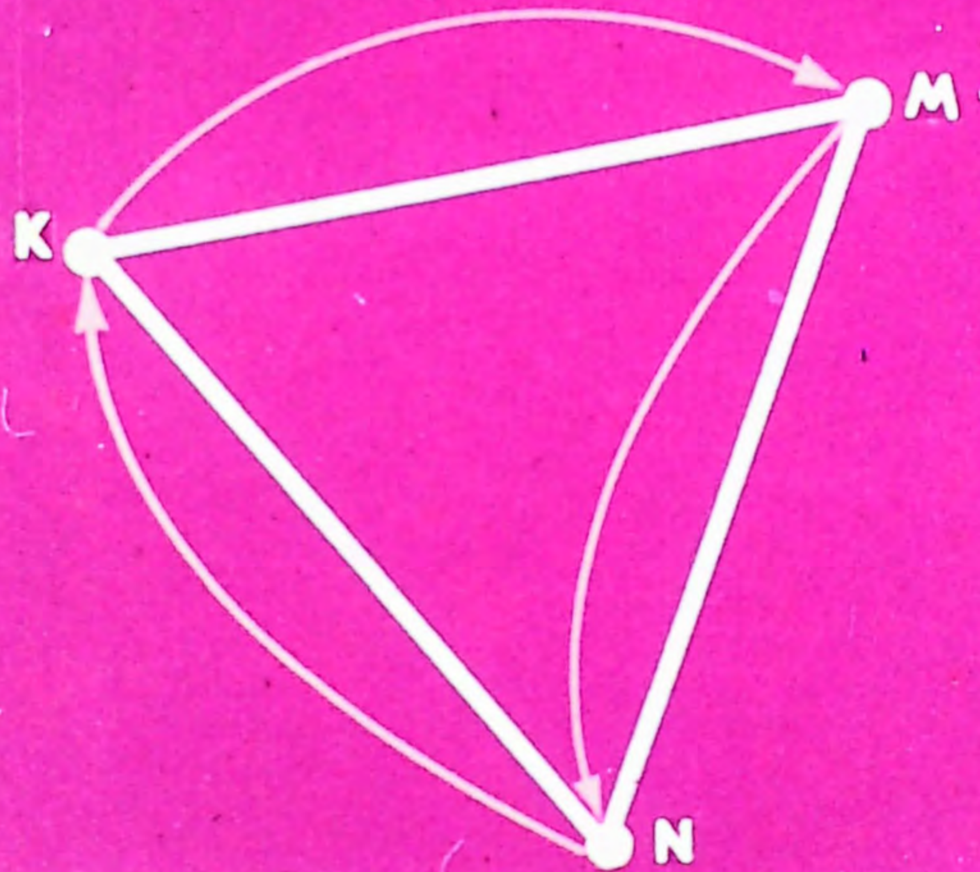
6



В соответствии $h: h(X) = X_1$, где $X \in \Delta ABC$, а $X_1 = [OX) \cap [BC]$, $O \in (AC)$. Найдите: $h(B)$; $h(K)$; $h(S)$; $h(A)$; $h(L)$; $h(У)$.
Является ли отображением соответствие h?
Является ли h отображением треугольника ABC на себя?

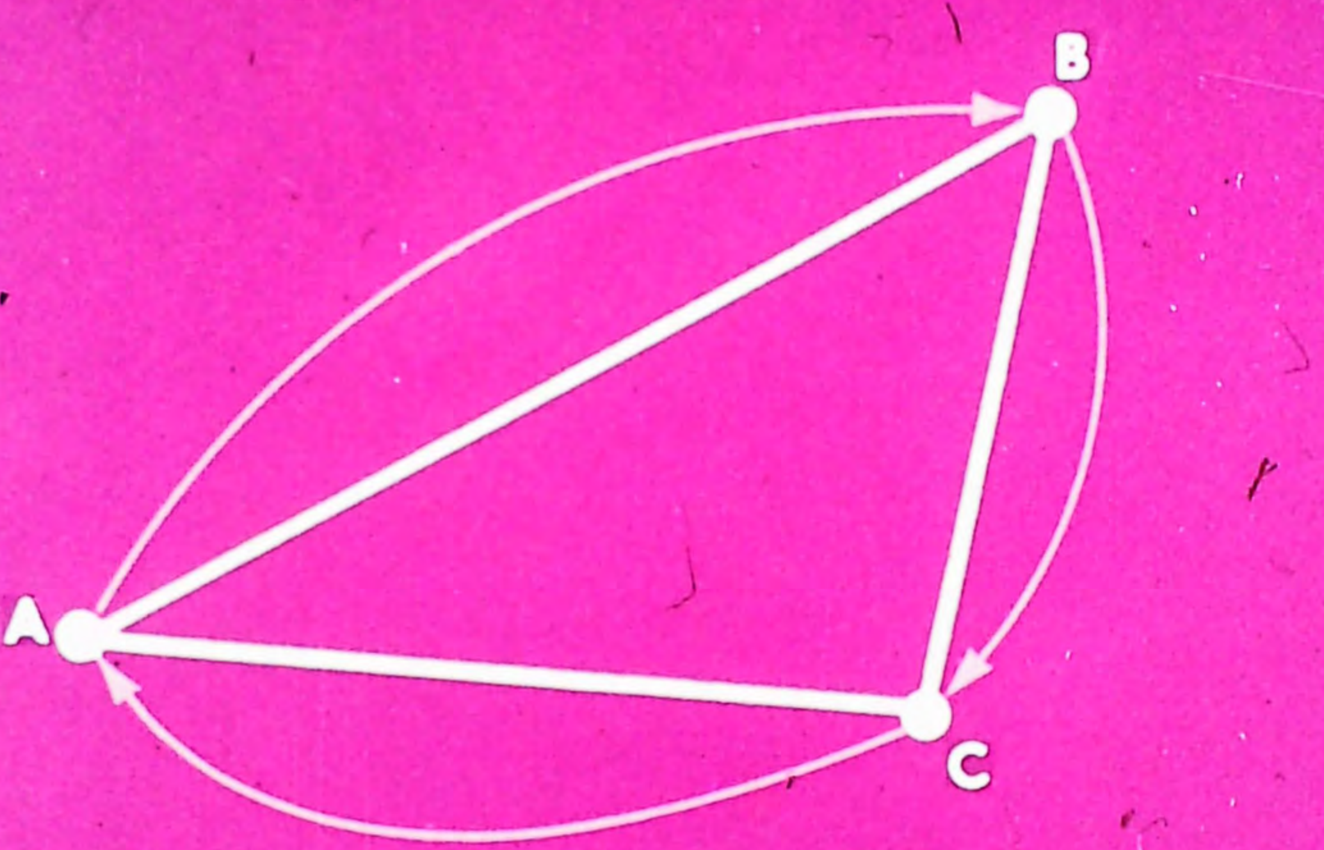


В соответствии q: $q(X)=X_1$, где X — точка окружности $(O,|OA|)$, а X_1 — отличная от X точка пересечения данной окружности и прямой OX. Найдите: $q(A)$, $q(M)$, $q(B)$, $q(X_1)$. Является ли соответствие q отображением данной окружности на себя?

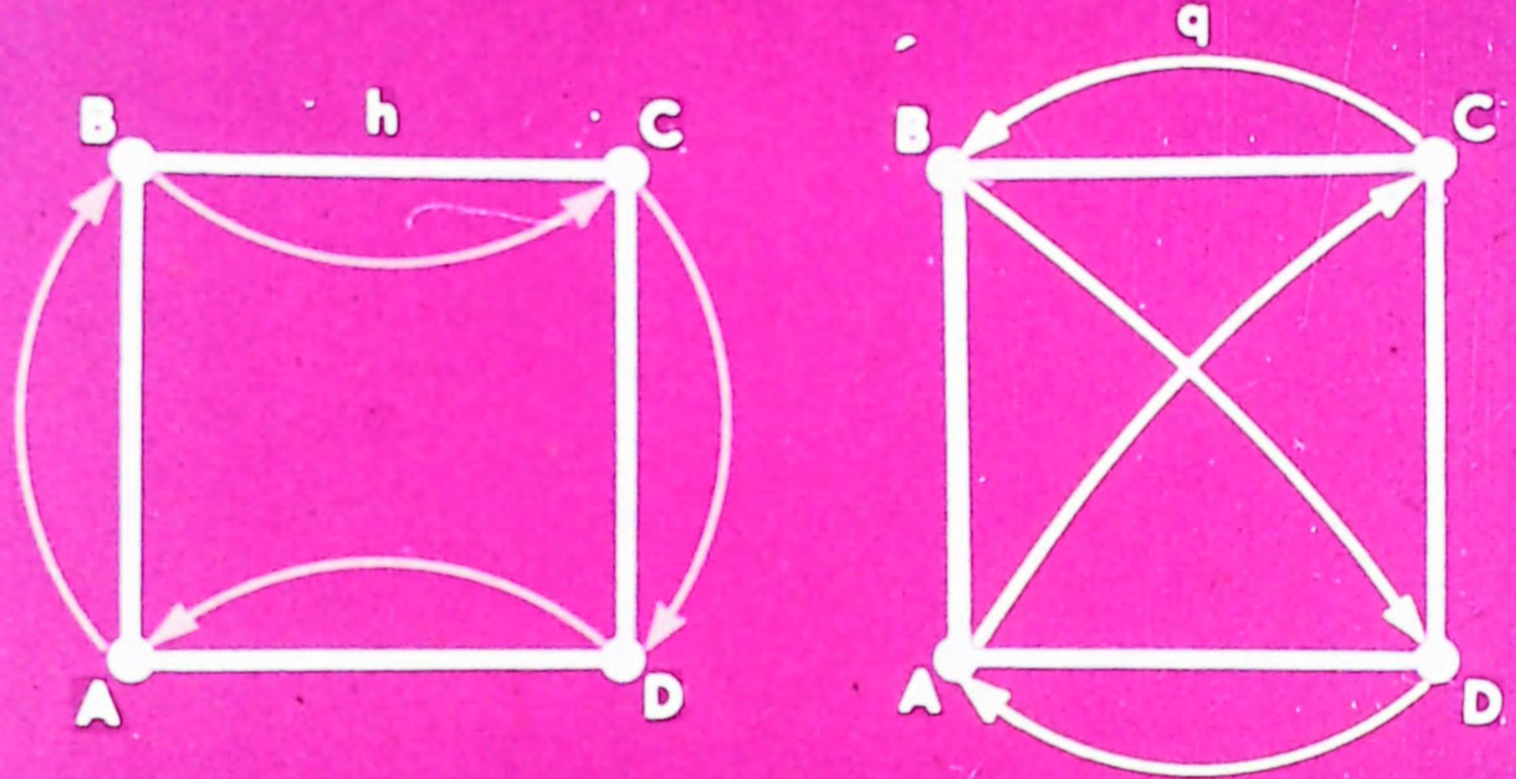


Треугольник KMN равносторонний. В отображении г:г (K)= M; г(M)=N и г(M)=K. Является ли г отображением фигуры {K, M,N} на себя? Докажите, что г сохраняет расстояние между точками.

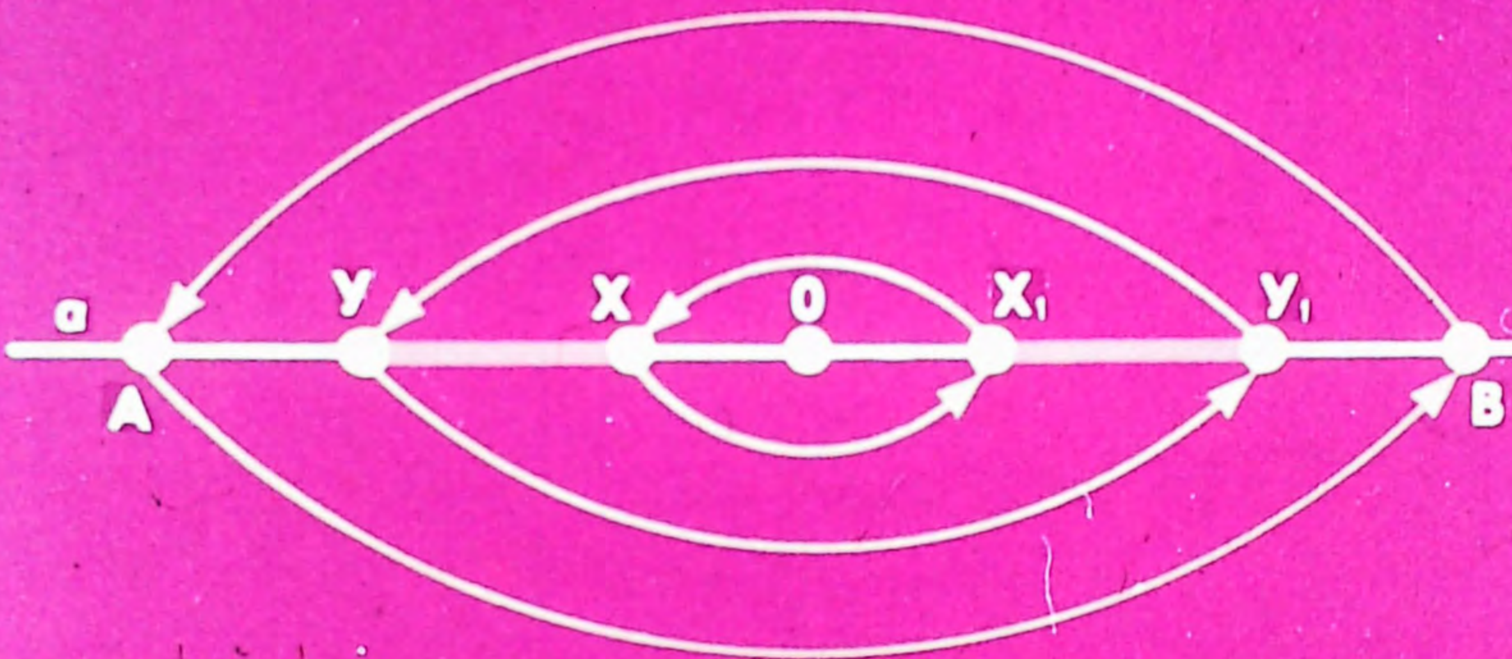
8



В треугольнике ABC ($|AB|>|BC|$). В отображение p: $p(A)=B$; $p(B)=C$; $p(C)=A$. Является ли p отображением фигуры $\{A, B, C\}$ на себя? Докажите, что p не сохраняет расстояния между точками.



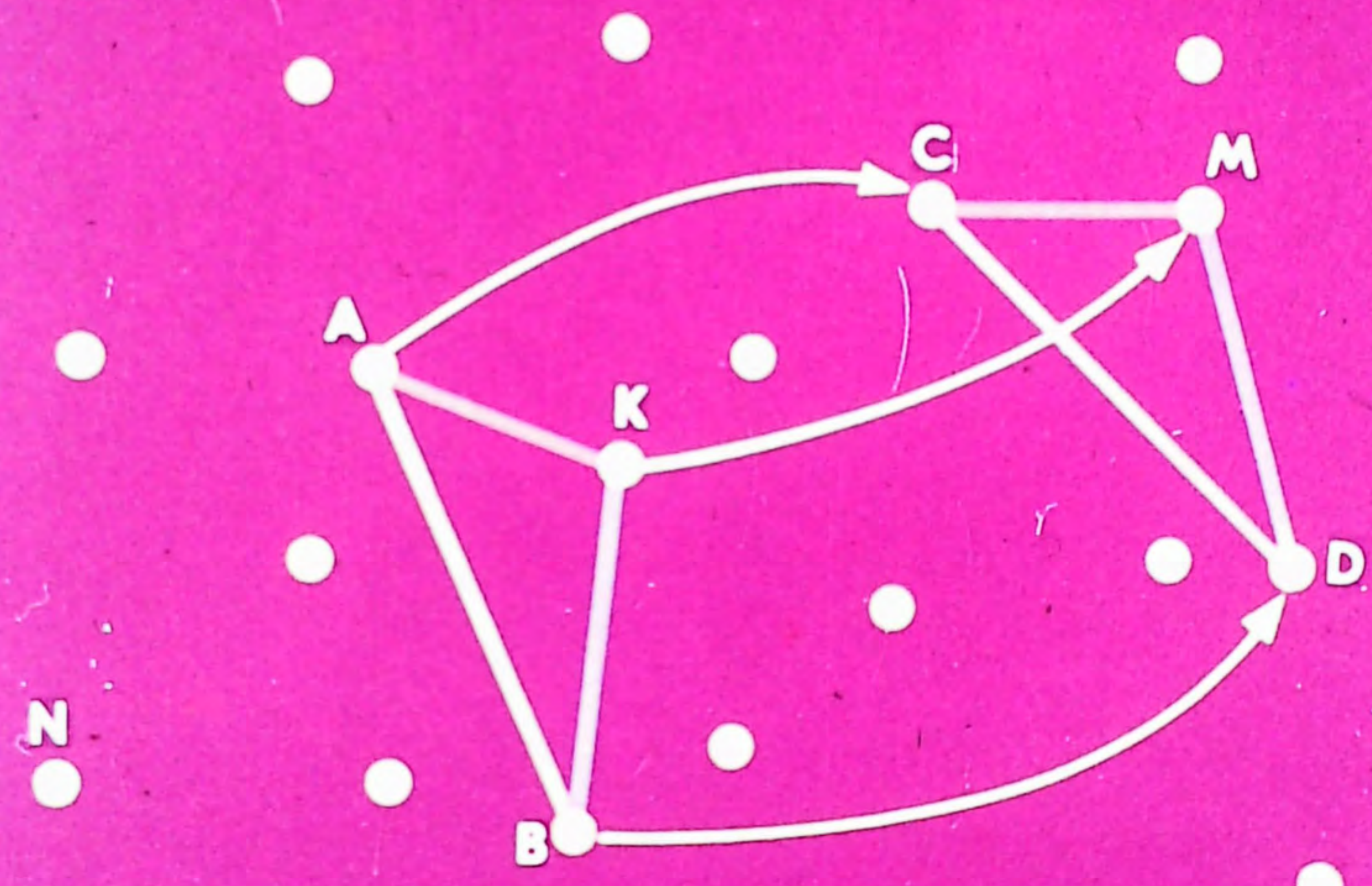
ABCD — квадрат. Заданы два отображения фигуры {A, B, C, D} на себя (h и q). Какое из этих отображений сохраняет расстояние между точками?



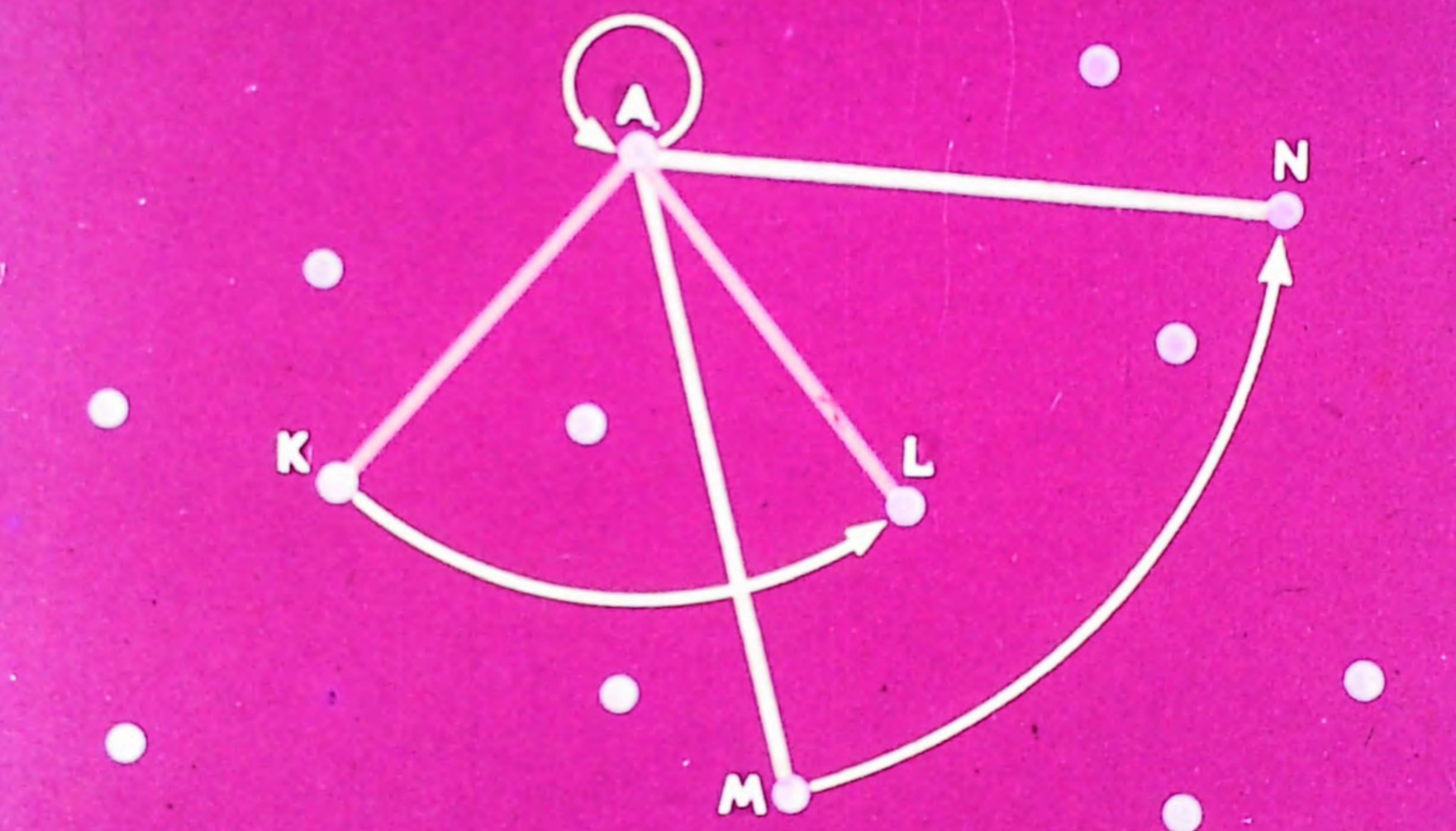
В отображении t прямой a на себя: $t(X)=X_1$, где $|OX|=|OX_1|$. Найдите: $t(У)$; $t(A)$; $t(X_1)$; $t(У_1)$; $t(B)$; $t(O)$. Верно ли, что $|XУ|=|X_1У_1|$, где $X_1=t(X)$ и $У_1=t(У)$? Сохраняет ли отображение t расстояния между точками?

В предыдущих кадрах были рассмотрены отображения некоторых фигур на себя, сохраняющие расстояния между точками. Особо изучаются различные отображения <u>плоскости на себя</u>, сохраняющие расстояния между точками. Такие отображения называются <u>перемещениями плоскости</u> или просто <u>перемещениями.</u>

Рассмотрим некоторые общие свойства перемещений.

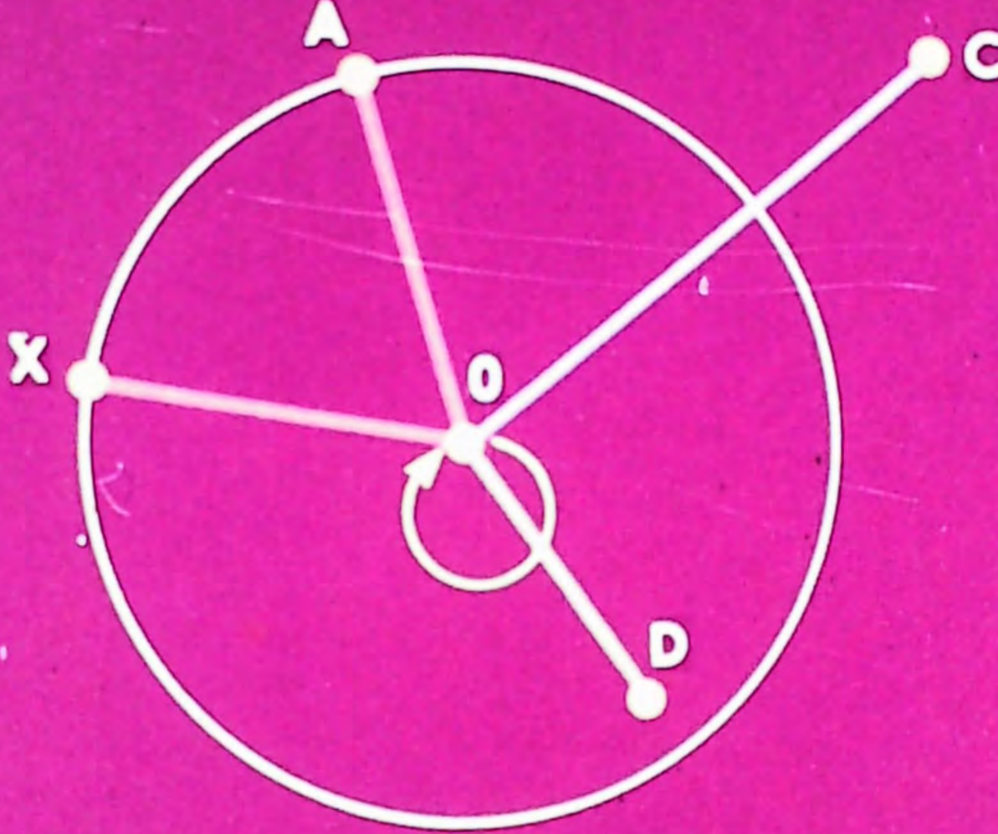


В перемещении q: $q(A)=C$; $q(B)=D$; $q(K)=M$. Верно ли высказывание: $|AB|=|CD|$; $|AK|=|CM|$; $|KM|=|BD|$? Может ли в перемещении q образом точки N быть точка C?

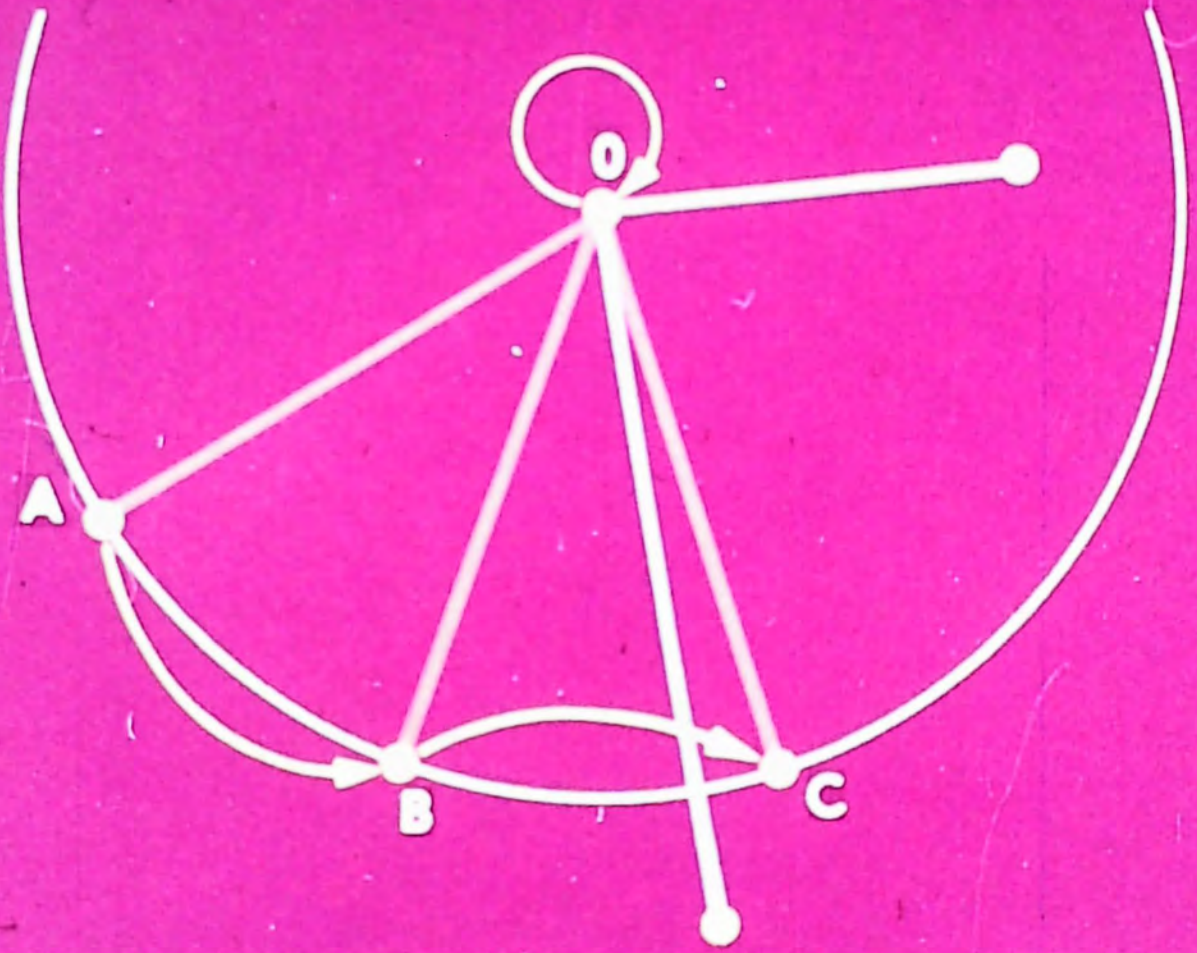


В перемещении $h: h(A)=A$, $h(K)=L$; $h(M)=N$. Докажите, что точки K и L одинаково удалены от точки A. Какие ещё две точки плоскости удалены от точки A на одно и то же расстояние?

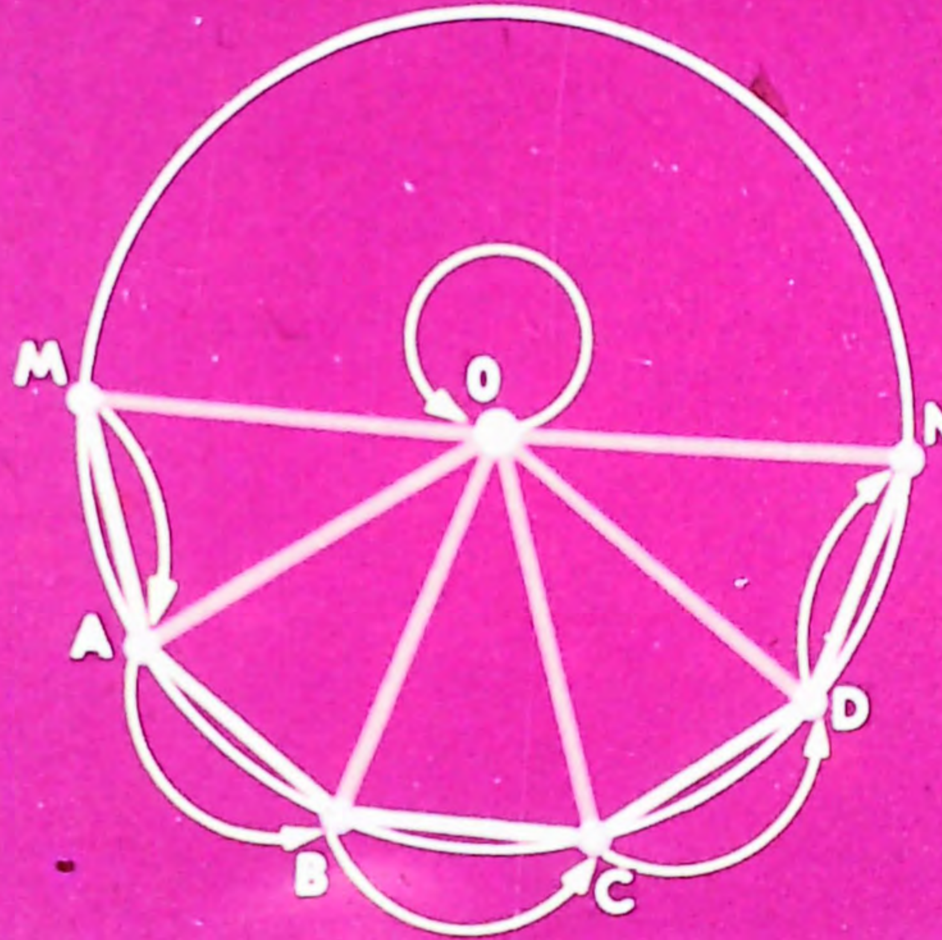
Фигура $Ф_2$—множество образов всех точек фигуры $Ф_1$ в перемещении q. Поэтому фигура $Ф_2$ называется образом фигуры $Ф_1$ в перемещении q.



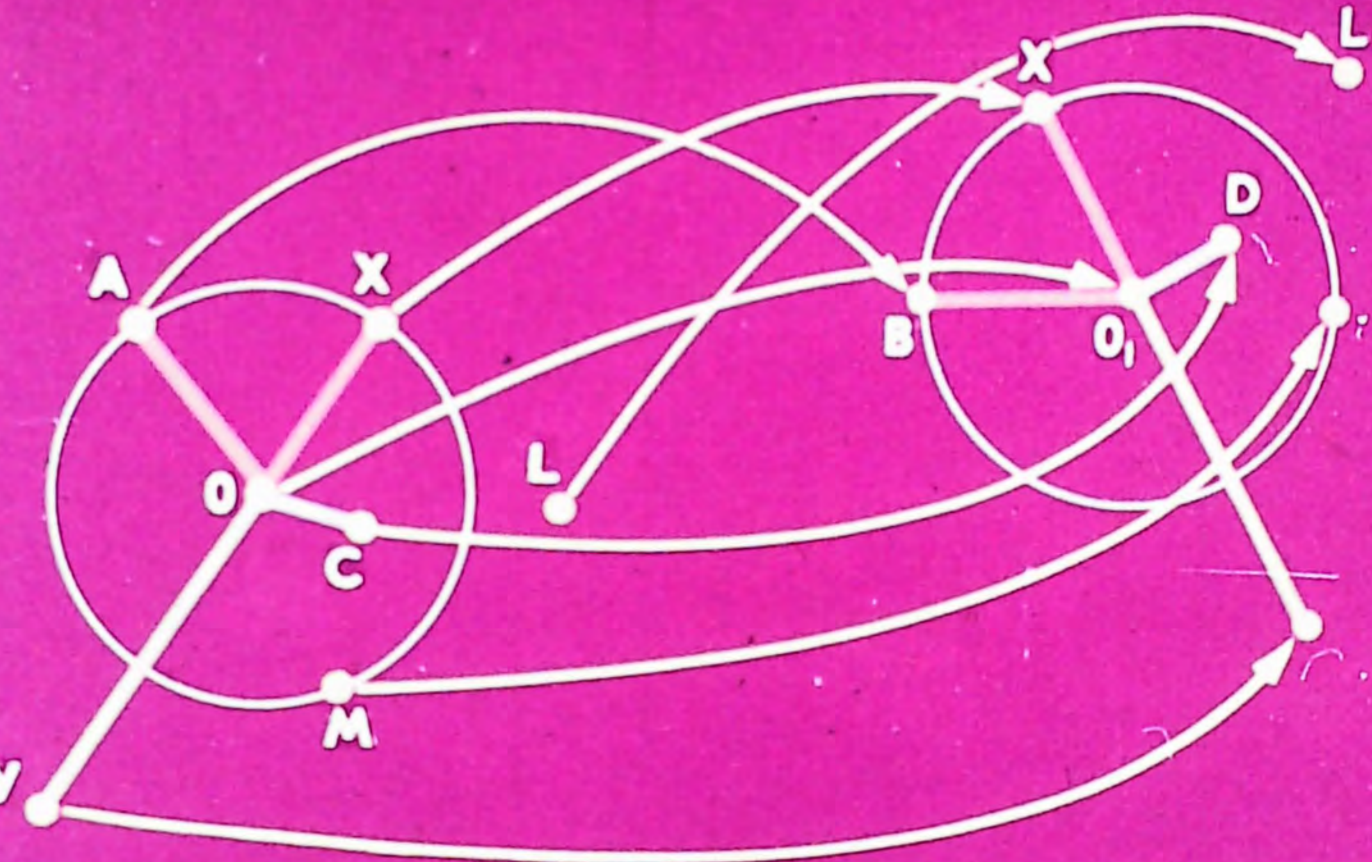
В перемещении p: p(O)=O. Точка X принадлежит окружности (O, r). Может ли: p(X)=A; p(X)=C; p(X)=D? Верно ли, что «в перемещении p образом любой точки окружности (O, r) является точка этой окружности»?



Точки A, B принадлежат окружности (O, r). В перемещении ℓ: $\ell(O)=O$, $\ell(A)=B$, $\ell(B)=C$. Докажите, что точка C принадлежит окружности (O, r). Почему $|AB|=|BC|$? Может ли в перемещении ℓ образом точки C быть точка B?

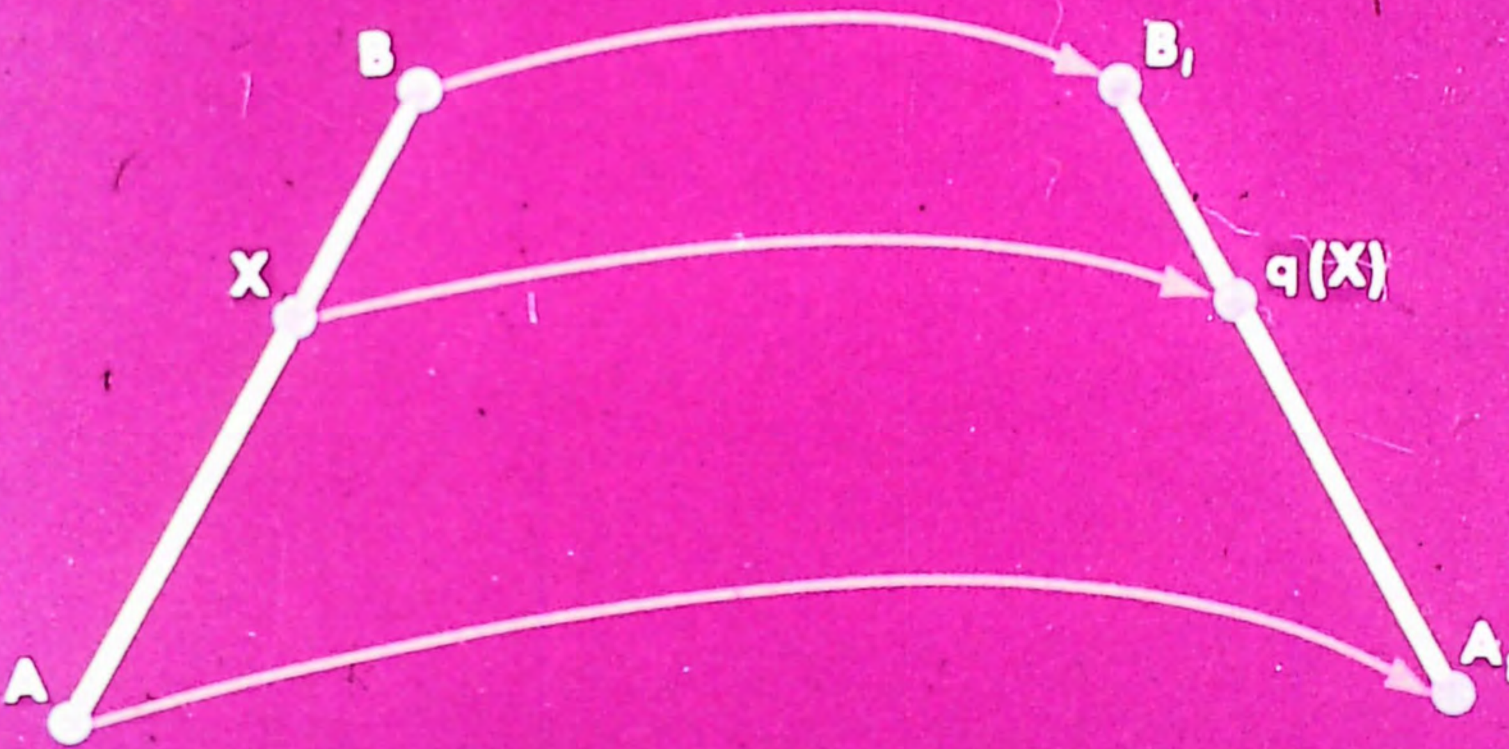


Точки A, B, C, D, M, N принадлежат окружности (O, r). $|BC| = |CD| = |DN| = |AM|$. В перемещении h: $h(O) = O$; $h(A) = B$; $h(B) = C$. Верно ли высказывание: $h(C) = D$; $h(D) = C$, $h(D) = N$, $h(A) = M$, $h(M) = A$?



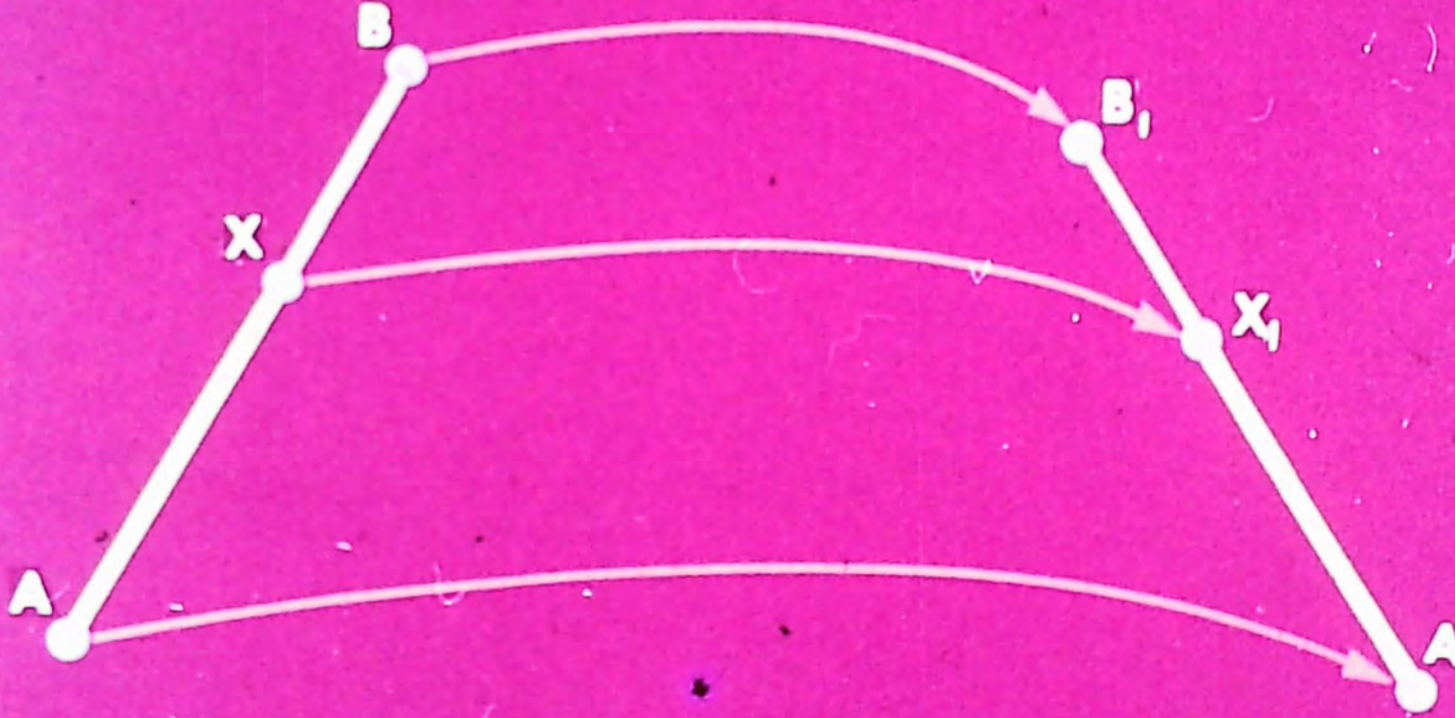
В перемещении t: $t(O)=O_1$, $t(A)=B$. Докажите, что в перемещении t образом любой точки окружности $(O, |OA|)$ является точка окружности $(O_1, |O_1B|)$. Может ли $t(Y)$ принадлежать кругу $(O_1, |O_1B|)$? Может ли $t(C)$ лежать вне круга $(O_1, |O_1B|)$? <u>В любом перемещении образом окружности (круга) является окружность (круг) того же радиуса.</u>

Задача 1.



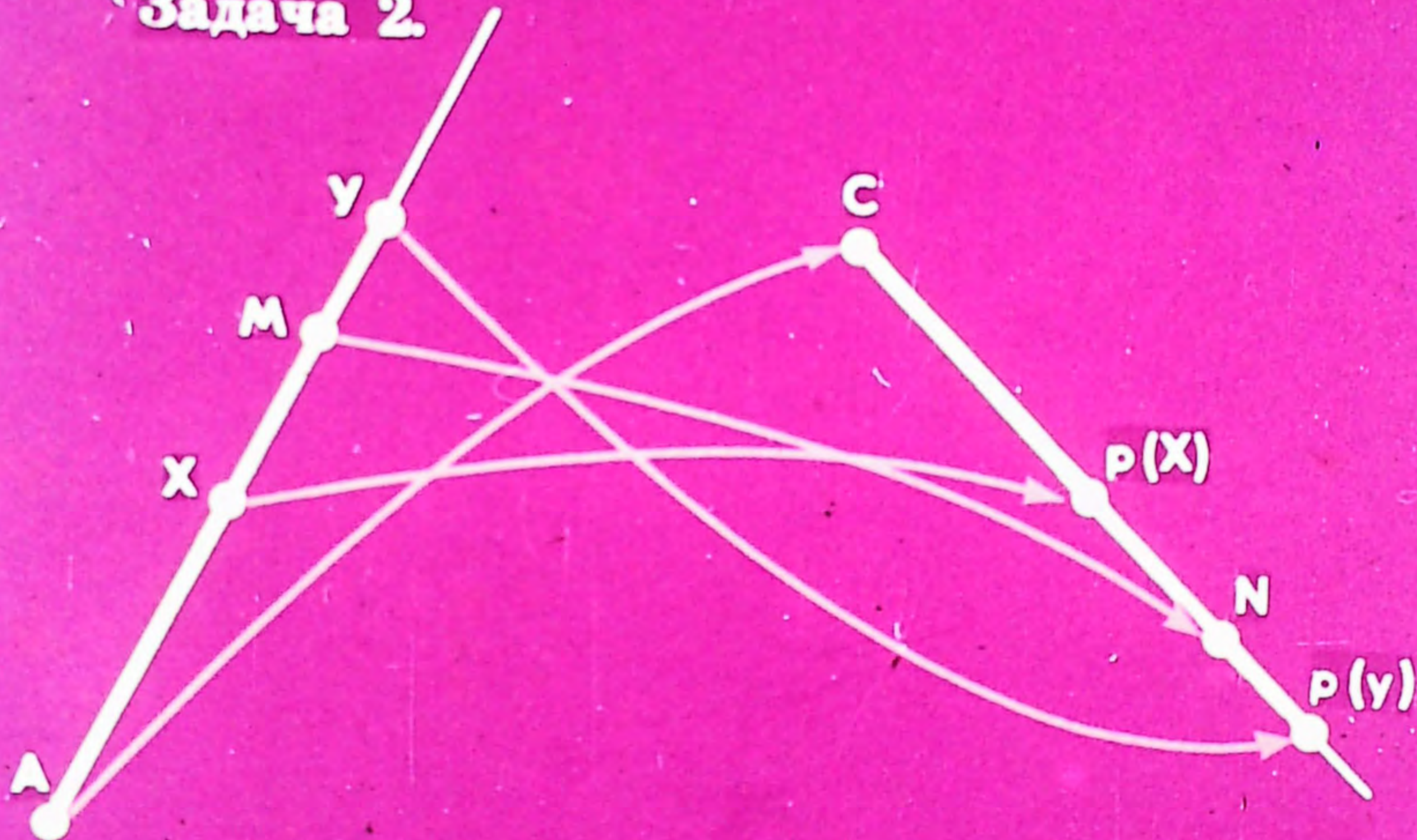
В перемещении $q: q(A)=A_1$; $q(B)=B_1$. Докажите, что образ любой точки отрезка AB принадлежит отрезку A_1B_1 (если $X \in [AB]$, то $q(X) \in [A_1B_1]$).

Решение задачи.



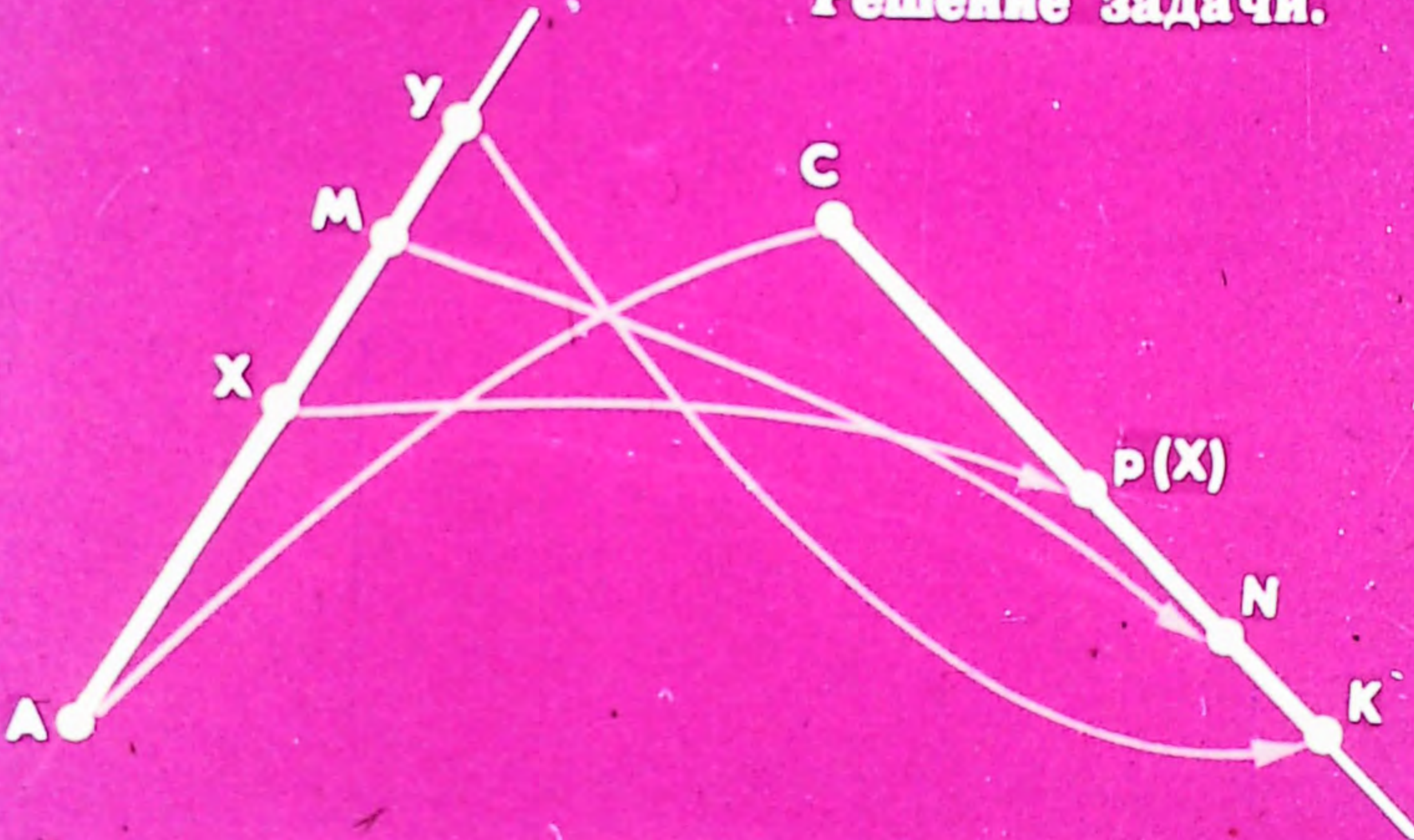
Пусть $q(X)=X_1$. Тогда $|AB|=|A_1B_1|$; $|AX|=|A_1X_1|$; $|XB|=|X_1B_1|$; $|AB|=|AX|+|XB|$; $|A_1B_1|=|A_1X_1|+|X_1B_1|$. Следовательно, $X_1 \in [A_1B_1]$. В перемещении образом любого отрезка является отрезок, ему конгруэнтный.

Задача 2.



В перемещении p:p(A)=C; p(M)=N. Докажите, что образ любой точки луча AM принадлежит лучу CN.

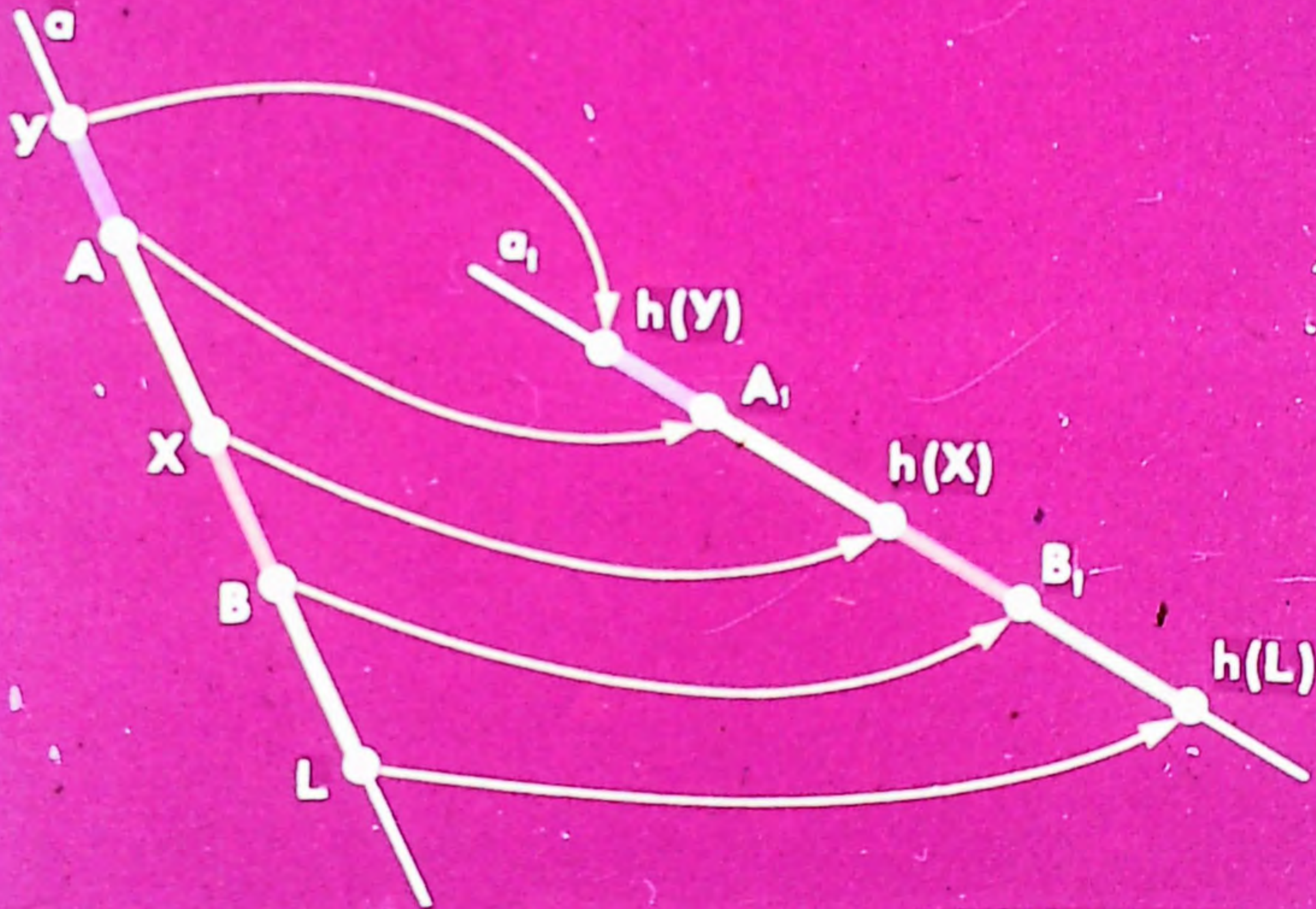
Решение задачи.



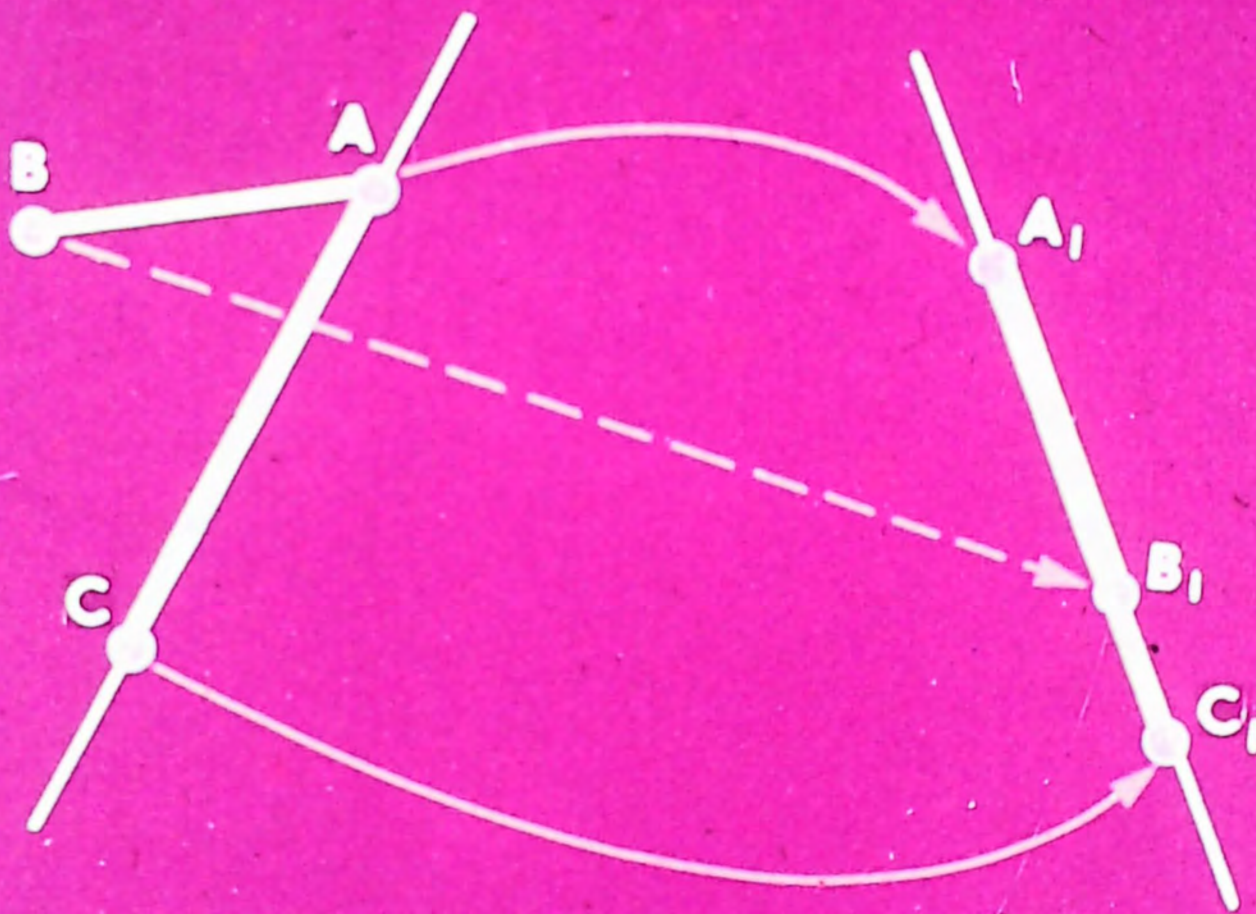
1. Если $X \in [AM]$, то $p(X) \in [CN]$, т.е. $p(X) \in [CN)$.

2. Пусть точка $У$ лежит на луче AM вне отрезка AM. Тогда $M \in [AУ]$, $p(M) \in [CK]$, где $K = p(У)$; $N \in [CK]$; $K \in [CN)$.

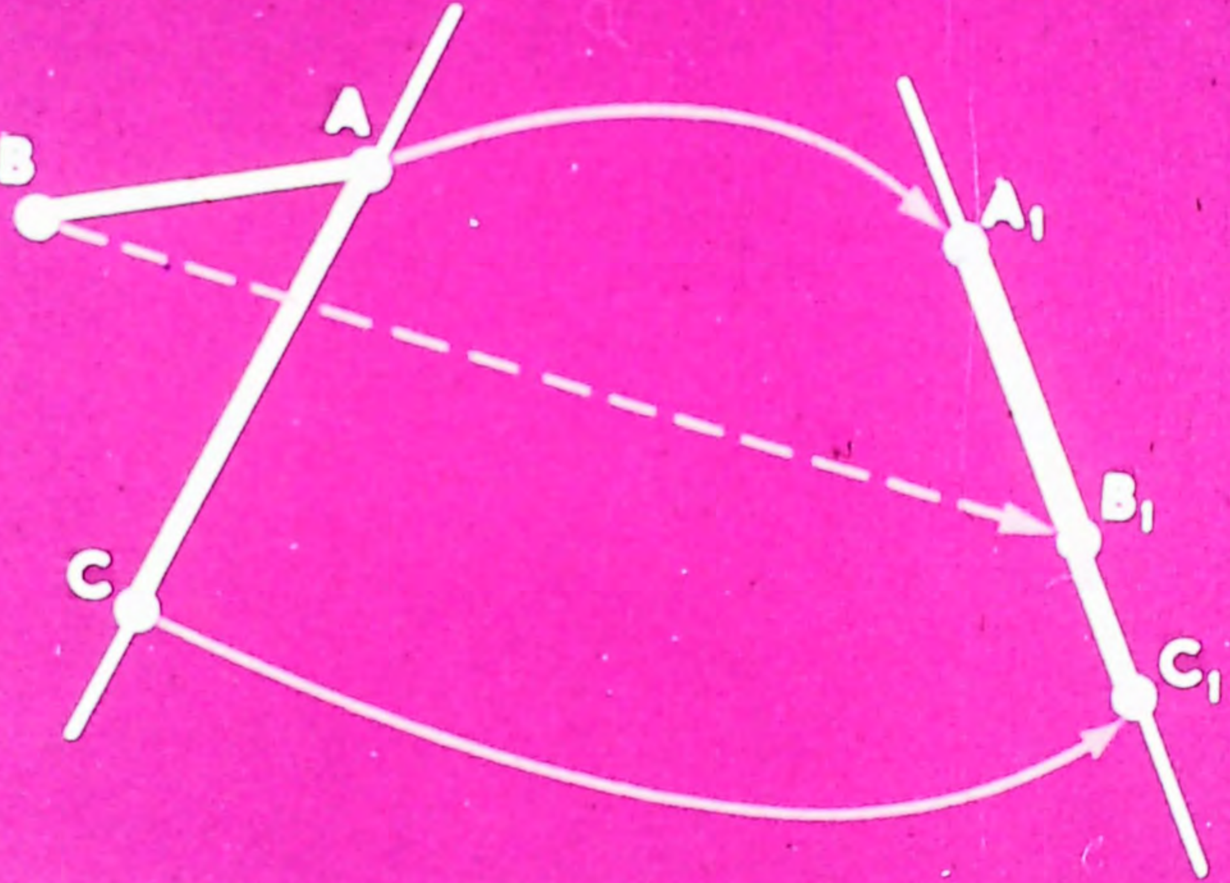
<u>В перемещении образом луча является луч.</u>



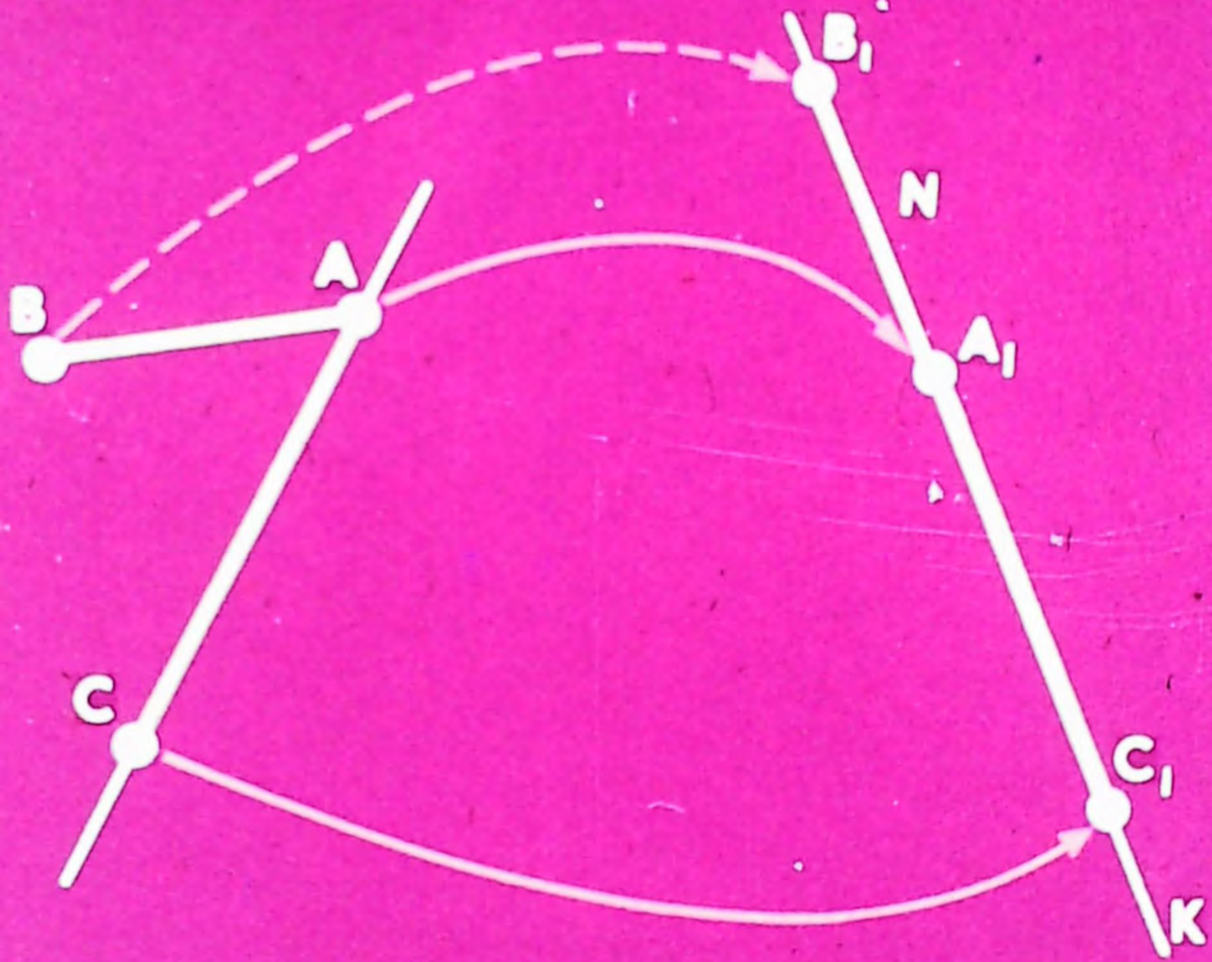
a — прямая. $\{A, B\} \subset a$. В перемещении h: $h(A) = A_1$; $h(B) = B_1$.
Укажите в перемещении h образ: $[AB]$; $[AB)$; $[BA)$; прямой a.
В перемещении образом прямой является прямая.



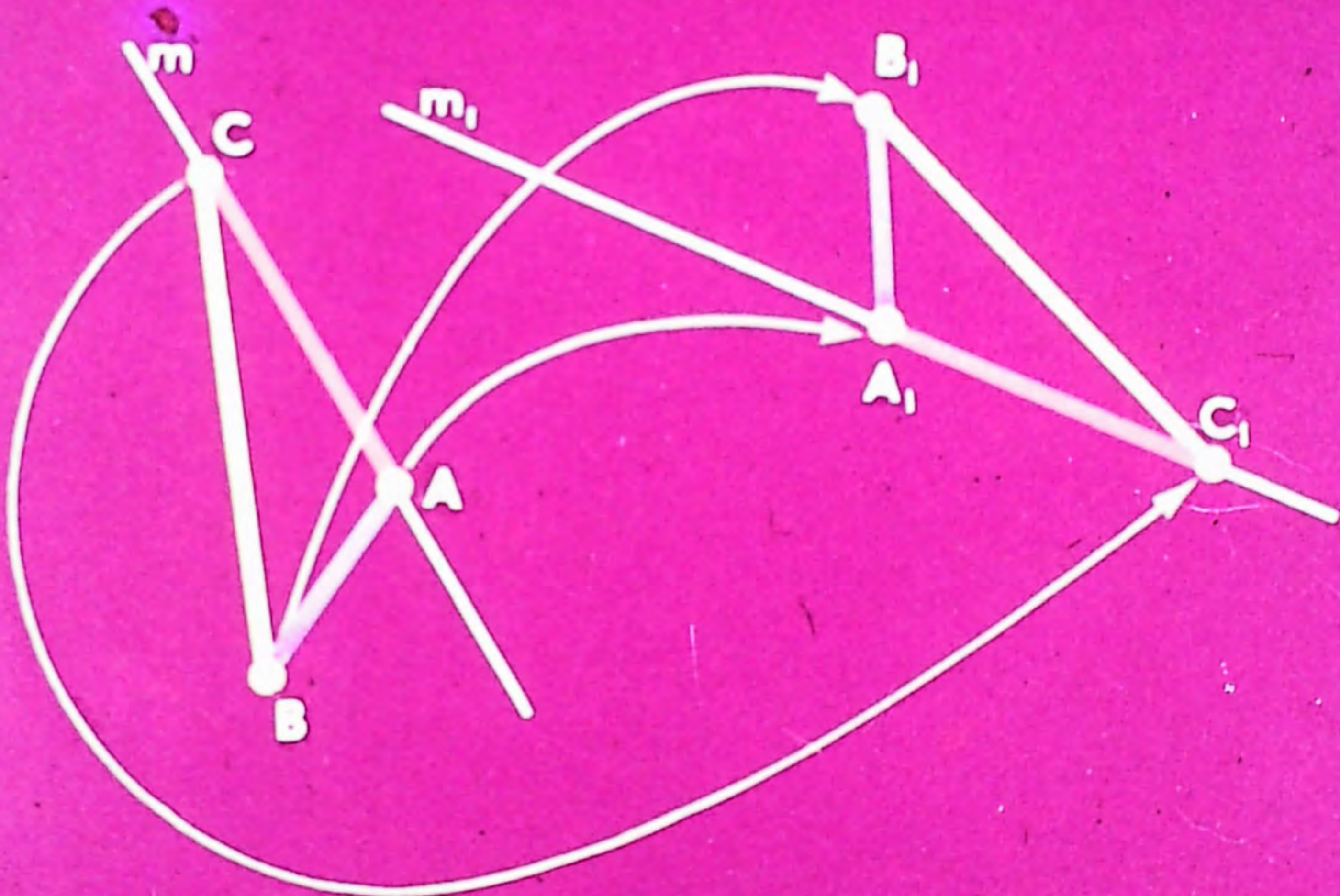
$B \notin (AC)$: $B_1 \in [A_1C_1]$. В перемещении q: $q(A)=A_1$ и $q(C)=C_1$. Докажите, что $q(B) \neq B_1$.



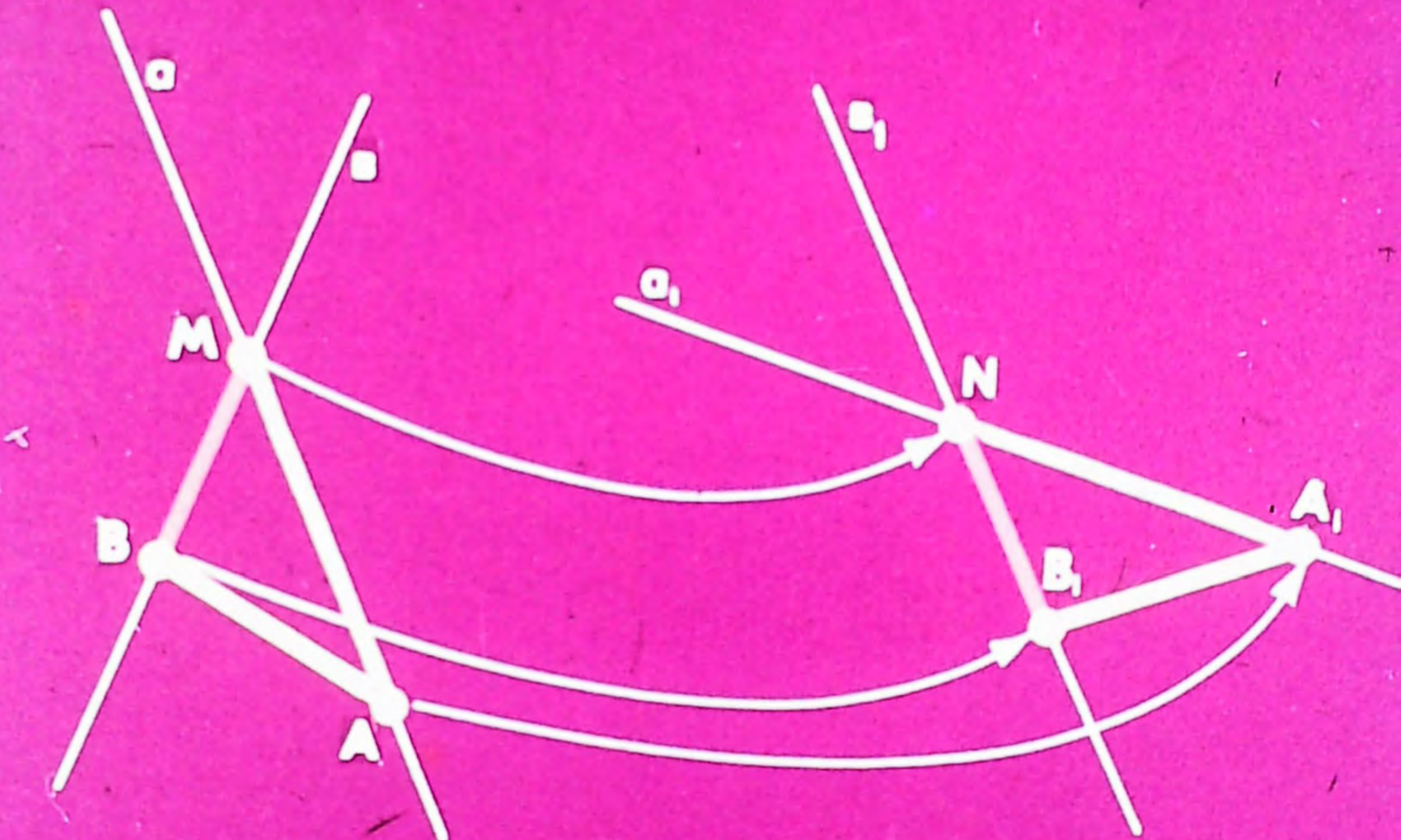
$|AC| < |AB| + |BC|$, т. к. $B \notin (AC)$. Пусть $q(B) = B_1$. Тогда $|AC| = |A_1C_1|$; $|AB| = |A_1B_1|$; $|BC| = |B_1C_1|$. Следовательно, $|A_1C_1| < |A_1B_1| + |B_1C_1|$. Но $|A_1C_1| = |A_1B_1| + |B_1C_1|$, т. к. $B_1 \in [A_1C_1]$. Полученное противоречие доказывает, что $q(B) = B_1$.



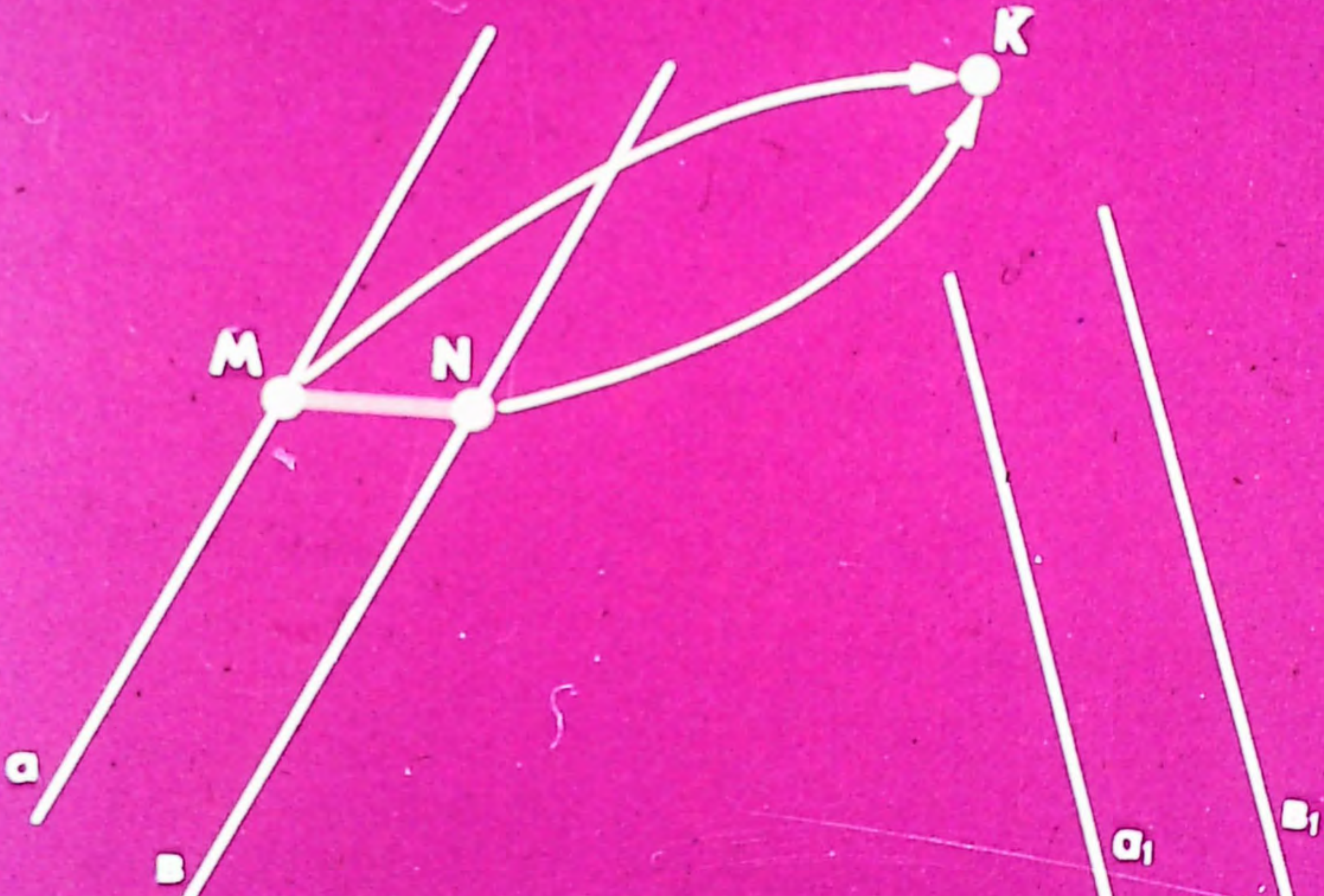
$B \notin (AC)$, $B_1 \in (A_1C_1)$. В перемещении q: $q(A)=A_1$, $q(C)=C_1$.
Почему $q(B) \neq B_1$? Может ли $q(B) \in [C_1K)$?



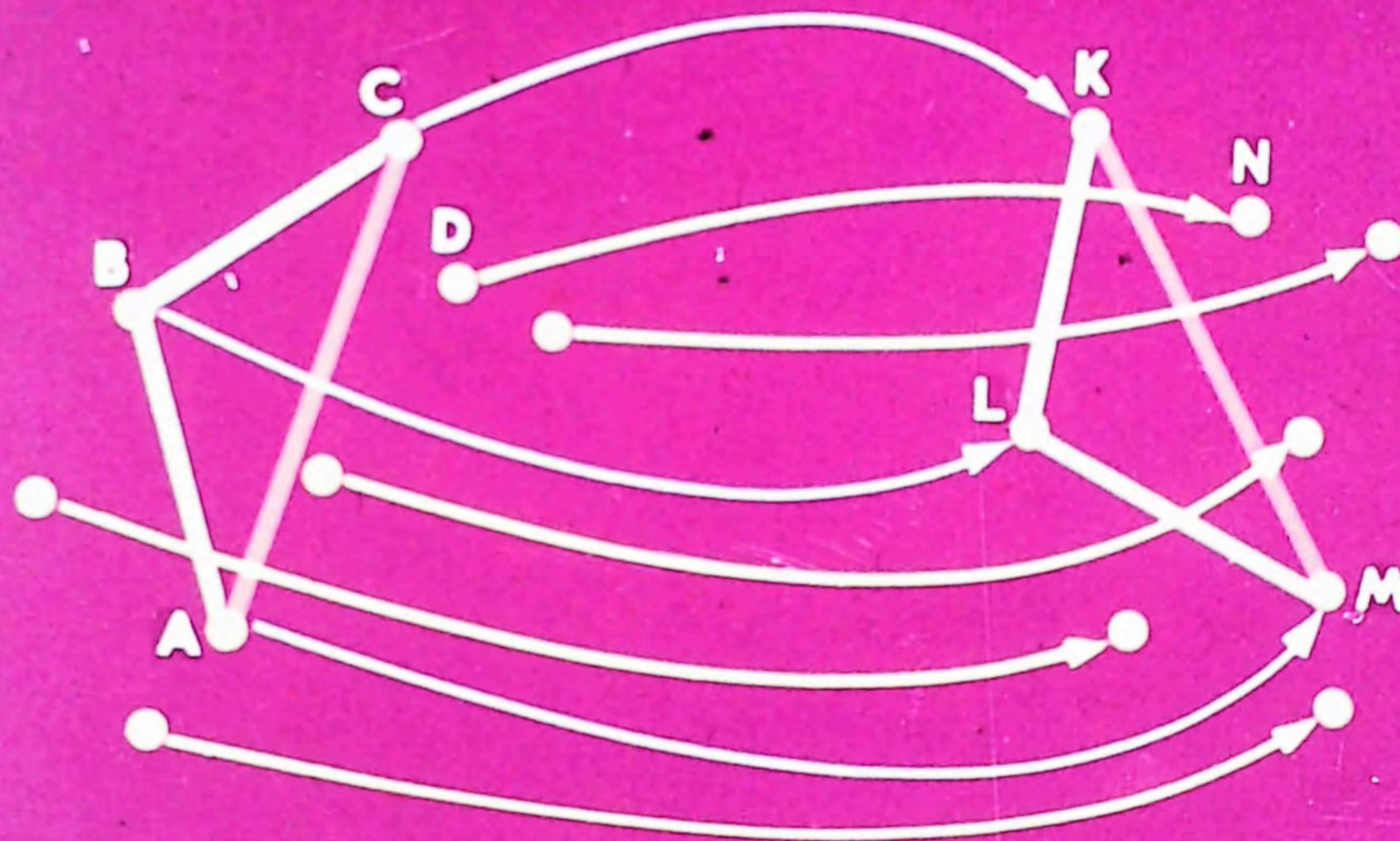
В любом перемещении образом трёх точек, не лежащих на одной прямой, являются три точки, не лежащие на одной прямой.



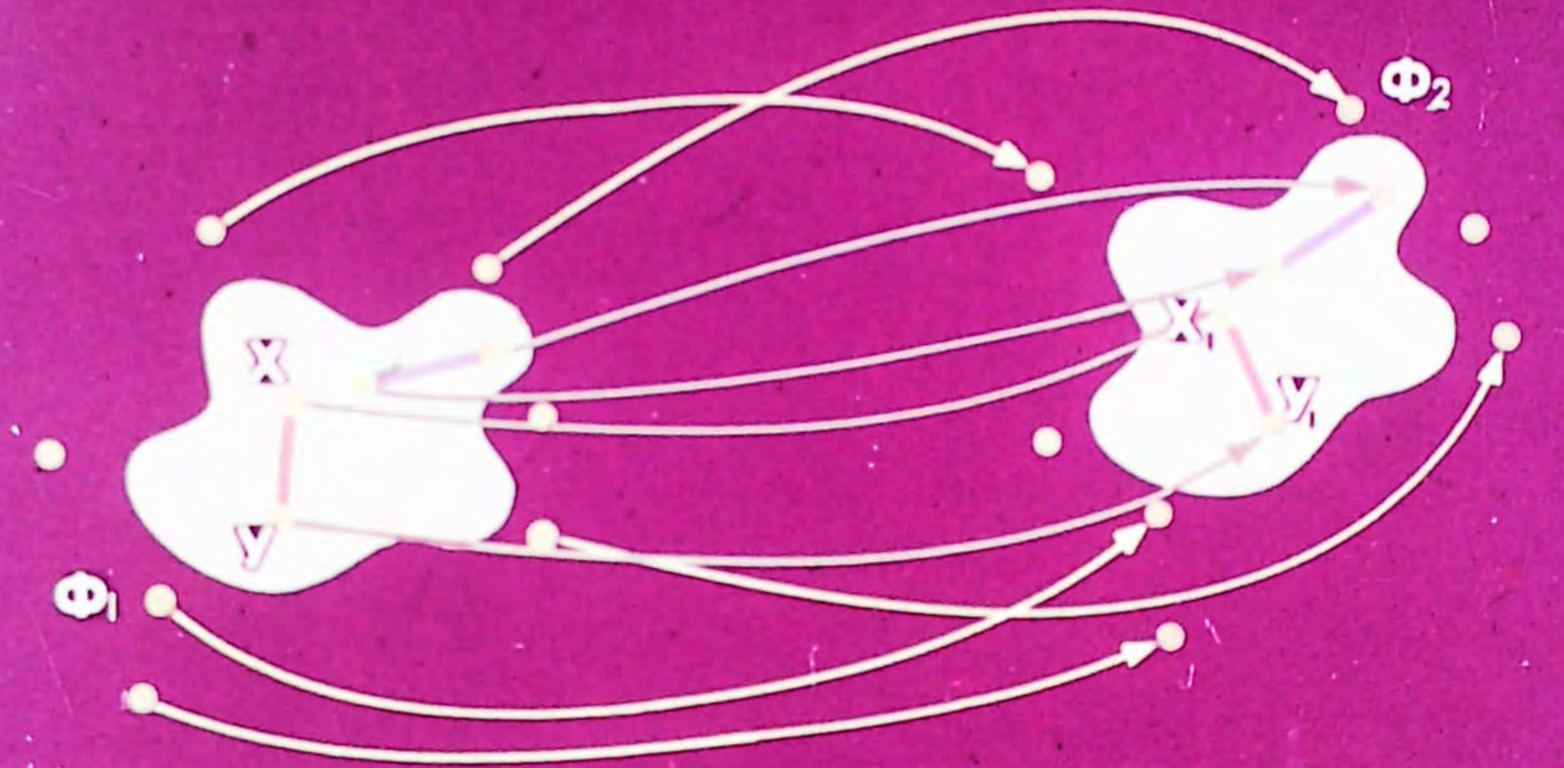
В перемещении h: $a \to a_1$ и $в \to в_1$, $a \cap в = M$. Почему $h(M) \in a_1$ и $h(M) \in в_1$? Верно ли высказывание: $h(A) \notin в_1$; $h(A) \in a_1$; $N = a_1 \cap в_1$, где $N = h(M)$?



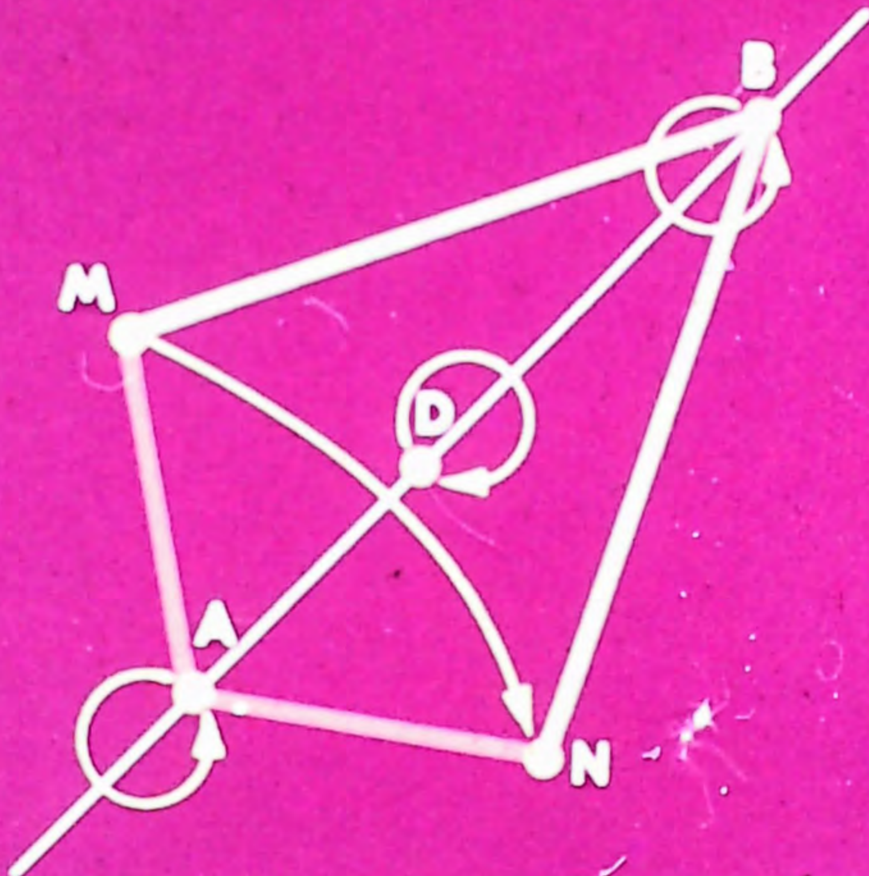
$a \cap в = \varnothing$. В перемещении р: $a \to a_1$ и $в \to в_1$. Верно ли высказывание: $a_1 \cap в_1 = K$; $a_1 \cap в_1 = \varnothing$?



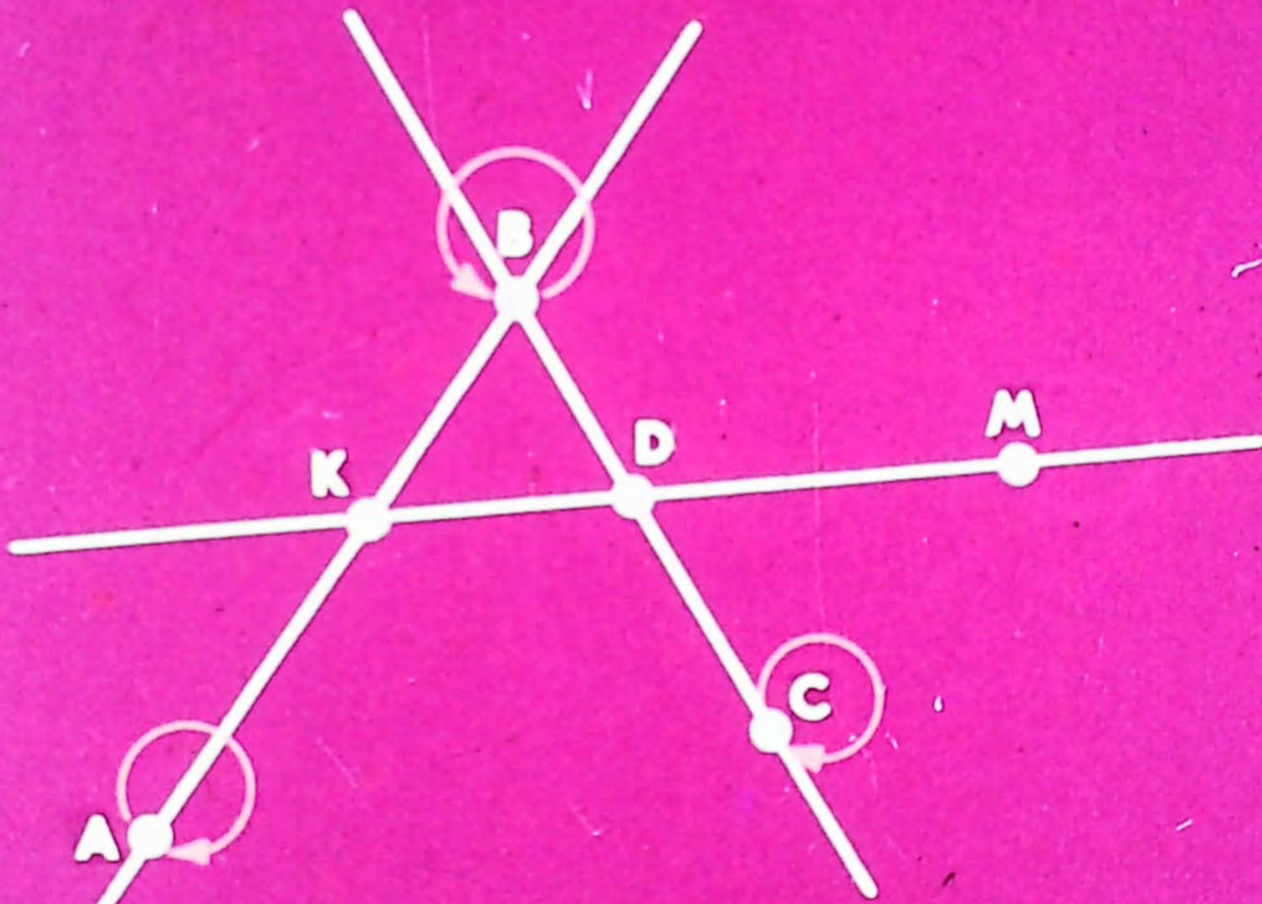
Стрелками указаны образы некоторых точек плоскости в перемещении q. Синие стрелки задают отображение фигуры { A,B,C } на фигуру {K,L,M} с сохранением расстояний между точками. Следовательно, {A,B,C} ≅ {K,L,M}. Почему {A,D} ≅ {M,N}; {A,B,C,D} ≅ {K,L,M,N}?



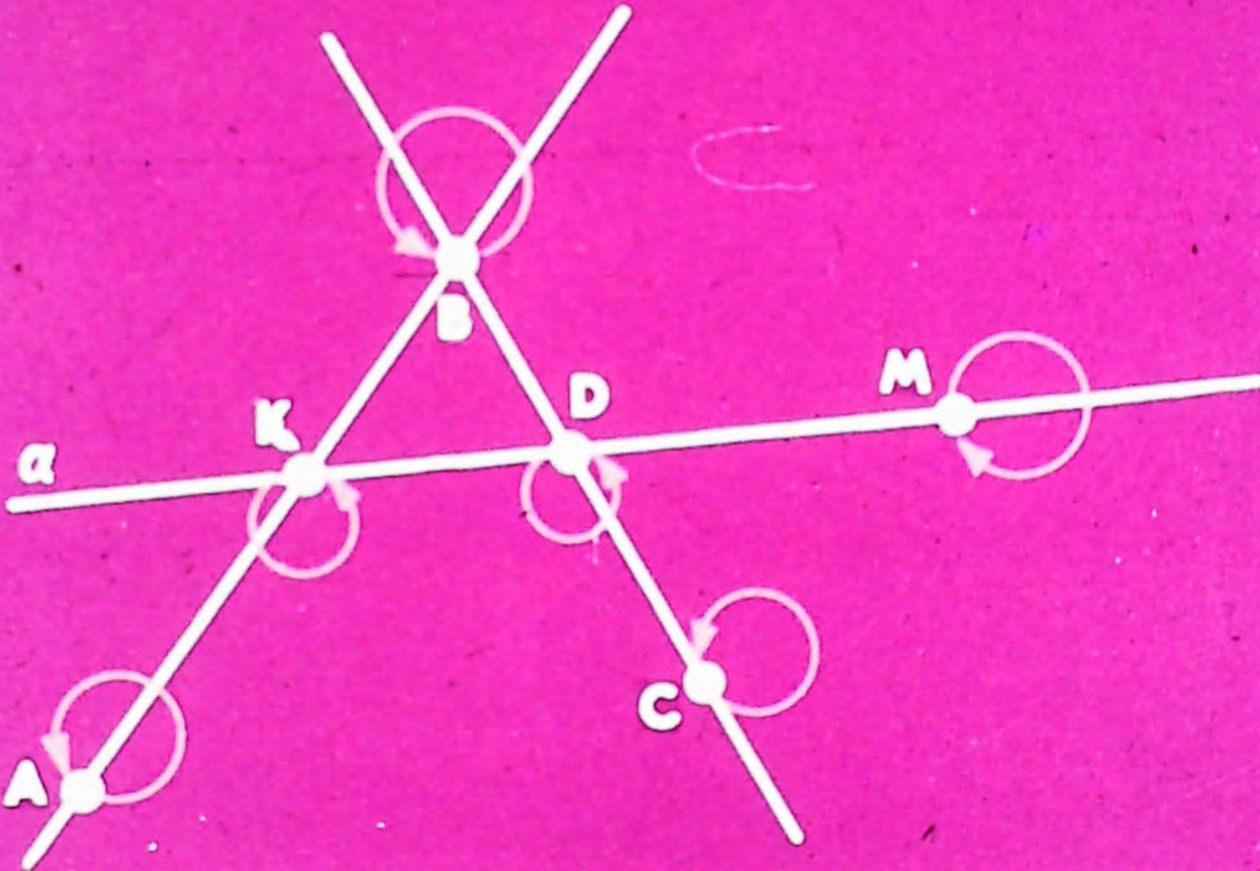
Фигура $Ф_2$ образ фигуры $Ф_1$ в перемещении ℓ. Верно ли высказывание $|XУ|=|X_1У_1|$, где $X_1=\ell(X)$ и $У_1=\ell(У)$? Расстояние между любыми двумя точками фигуры $Ф_1$ равно расстоянию между их образами в перемещении ℓ, т. е. существует отображение фигуры $Ф_1$ на $Ф_2$, сохраняющее расстояния между точками. <u>В перемещении образом любой фигуры является фигура, ей конгруэнтная.</u>



S—перемещение. S(A)=A; S(M)=N; S(B)=B. Укажите образ: [MA]; [MB]; [AB]. Верно ли высказывание: S(D)∈[AB]; S(D)=D? В перемещении S образом любой точки прямой AB является сама эта точка.



В перемещении E: $E(A)=A$, $E(B)=B$, $E(C)=C$. $C \not\in (AB)$. Докажите, что образом любой точки плоскости в перемещении E является сама эта точка.



Пусть M — любая точка плоскости. Через точку M проведём прямую a так, что $a \cap (AB) = K$ и $a \cap (BC) = D$. $E(K) = K$ и $E(D) = D$. Но $M \in (KD)$. Следовательно, $E(M) = M$. Перемещение E называется тождественным отображением плоскости на себя.

КОНЕЦ

Диафильм по геометрии для 6 класса сделан по заказу Министерства просвещения СССР

Автор Н. Копытов
Художник-оформитель Н. Дунаева
Редактор Г. Витухновская

Студия «Диафильм» Госкино СССР, 1975 г.
101000, Москва, Центр, Старосадский пер., д. № 7
Д-333-75
Цветной 0-30