Л. С. Полак

Людвиг БОЛЬЦМАН

Л. С. Полак

Людвиг БОЛЬЦМАН

1844—1906

Ответственный редактор
доктор физико-математических наук
А. Т. ГРИГОРЬЯН

МОСКВА
«НАУКА»
1987

Оглавление

Предисловие

Предлагаемая вниманию читателя книга посвящена жизни и творчеству замечательного австрийского ученого Людвига Больцмана (1844—1906). Его работы имеют в полном смысле слова непреходящую ценность прежде всего в силу принципиальной новизны, широты и глубины рассмотренных и решавшихся им фундаментальных физических проблем. Они оказали огромное влияние на дальнейшее развитие физики.

Ставшие классическими исследования Больцмана в области молекулярно-кинетической теории, статистической механики, теории излучения настолько проникли в основные представления нашей физической картины мира, что стали достоянием не только университетских, но и школьных курсов физики.

Его научные труды явились важнейшим этапом развития познания мира, внесли существенно новые черты в наше миропонимание и в логику научного исследования; они поставили перед наукой (не только перед физикой!) многочисленные новые вопросы, актуальность которых неуклонно растет с развитием теоретической и прикладной физики и техники.

Л. Больцман установил связь между энтропией и вероятностью состояния системы, разработал максвелл-больцмановское распределение, раскрыл основные закономерности поведения и эволюции неравновесных систем, установил глубокое значение проблемы флуктуаций, теоретически доказал закон излучения абсолютно черного тела Стефана — Больцмана. Это далеко не полный перечень основных результатов теоретических исследований Больцмана, служащих неиссякаемым источником поистине бесчисленных научных работ и технических приложений.

Л. Больцман вынес на своих плечах основную тяжесть борьбы за атомистику с «энергетикой», глубоко ретроградным и ошибочным направлением.

Он был блестящим популяризатором науки. Его популярные статьи и речи и сегодня читаются с не меньшим интересом, чем в годы их написания. Учениками Больцмана — замечательного педагога — были В. Нернст, С. Аррениус, П. Эренфест, Л. Мейтнер, М. Смолуховский, Ф. Хазенорль.

Поклонник и глубокий знаток Бетховена и Шиллера, музыкант, эмоциональная натура, остроумный человек, страстно желавший быть полезным людям во всем, Больцман оставлял неизгладимое впечатление у всех, кому довелось с ним встречаться.

Больцман назвал XIX век веком механического миропонимания природы, веком Дарвина. Мы можем, несколько ограничив временны́е рамки, назвать вторую половину XIX в. эпохой Дарвина, Максвелла и Больцмана.

Не только наш современник, но и человек XXI в. будет заключать в своем «я» (а человеческое общество — в своем «мы») неотторжимую частичку духовного богатства и научных открытий этих великих творцов на многотрудном, но и радостном пути познания.

Вместо введения

Лукреций Кар говорит:

Вот посмотри: всякий раз, когда солнечный свет
проникает
В наши жилища и мрак прорезает своими лучами,
Множество маленьких тел в пустоте ты увидишь;
мелькая,
Мечутся взад и вперед в лучистом сиянии света,
Будто бы в вечной борьбе они бьются
в сраженьях и битвах,
В схватки бросаются вдруг по отрядам,
не зная покоя,
Или сходясь, или врозь постоянно опять
разлетаясь.
Можешь из этого ты уяснить себе, как неустанно
Первоначала вещей в пустоте необъятной мятутся.
Так о великих вещах помогают составить понятье
Малые вещи, пути намечая для их постиженья.
Кроме того, потому обратить тебе надо вниманье
На суматоху в телах, мелькающих
в солнечном свете,
Что из нее ты познаешь материи также движенья,
Происходящие в ней постоянно и скрыто от взора,
Ибо увидишь ты там, как много пылинок меняют
Путь свой от скрытых толчков и опять отлетают
обратно,
Вечно туда и сюда разбегаясь во всех
направленьях.
Знай же: идет от начала всеобщее это блужданье,
Первоначала вещей сначала движутся сами,
Следом за ними — тела из малейшего их сочетанья,
Близкие, как бы сказать, по силам к началам
первичным;
Скрытно от них получая толчки,
начинают стремиться

Сами к движенью, затем понуждая тела покрупнее.
Так, исходя от начал, движенье мало-помалу
Наших касается чувств и становится видимым также
Нам и в пылинках оно, что движутся в солнечном свете,
Хоть незаметны толчки, от которых *оно* происходит [1].

---

[1] *Лукреций.* О природе вещей. М.: Изд-во АН СССР, 1958, кн. 2, стихи 114—141.

Глава 1

Вехи жизни

Людвиг Больцман — достаточно редкий случай ученого физика-теоретика, у которого эмоциональное начало явно и открыто вторгалось в анализ чисто научных вопросов, а внешне благополучная жизнь университетского профессора и кабинетного ученого была наполнена невероятно интенсивным внутренним горением. Говоря в терминах больцмановской теории, процесс творчества есть существенно неравновесный процесс, который создает неравновесность, даже если творческая личность в начальный момент находилась в равновесии, и, обратно, созданная неравновесность изменяет дальнейшую эволюцию этой неравновесной системы. Поэтому для изучения малоисследованного процесса творческой реализации индивидуума данные о такой, да будет позволено сказать, экстремальной личности, как Больцман, могут оказаться полезными.

Людвиг Эдуард Больцман родился в Вене 20 февраля 1844 г., в ночь между последним днем веселого праздника масленицы, исповедальным вторником, и первым днем великого поста — так называемой пепельной средой. В связи с этим Больцман говорил шутливо, что дата его рождения была причиной того, что его настроение могло неожиданно резко меняться от чрезмерной радости до глубокой печали.

Немного о генеалогии семьи Больцманов. Прапрадед Людвига Больцмана, Георг Фридрих Больцман, жил в Кенигсберге (ныне Калининград, СССР). Прадед, Самуэль Людвиг, переехал в Берлин, где женился в 1769 г. Его сын, дед Больцмана, Людвиг Готфрид, владелец часовой мастерской, где изготовлялись часы и куранты, поменял столицу Пруссии на имперскую столицу Вену, где в 1802 г. родился отец Людвига Больцмана, Людвиг Георг. Он работал в имперской внутренней налоговой службе. В 1837 г. он женился на Марии Пауерфайнд, дочери купца в Зальцбурге.

Родители Больцмана поселились сначала в Велсе, а затем — в Линце. До поступления в гимназию Людвиг некоторое время занимался с домашним учителем. Его брат Альберт был на два года моложе и в возрасте пятнадцати лет умер от воспаления легких. У Людвига была младшая сестра Хедвига, умершая в возрасте тридцати лет. Отец Людвига (и все его предки) были протестантами; под влиянием матери дети воспитывались в официальной католической вере. В таких семьях во многих случаях вопросы религии не играли значительной роли.

В пятнадцать лет Больцман потерял отца, умершего от туберкулеза. Семья теперь должна была жить на маленькую пенсию. Мать тем не менее старалась дать сыну возможно лучшее образование. И в 1863 г., окончив с отличием гимназию в Линце, Людвиг поступает в Венский университет.

С детства Людвиг отличался большими способностями и трудолюбием, в школьные годы он был одним из лучших учеников класса. Помимо учебы он берет уроки игры на фортепьяно. Кстати, одно время его учителем был известный композитор Антон Брукнер (1824—1896). Любовь к музыке Больцман сохранил на всю жизнь, впоследствии он напишет, что в часы отдыха проигрывает на пианино, восстанавливая по памяти, оперы и переложения оркестровых произведений.

Жизнь Больцмана протекала в эпоху бурных и драматических европейских событий. В 1848 г. происходят революции во Франции, Германии и самой Австрии, по праву получившей название «лоскутной» империи. В марте 1848 г. началось народное восстание в Вене. Уходит в отставку реакционный канцлер Меттерних. Император Фердинанд I вынужден обещать стране конституцию. В октябре вновь восстание в столице. Но уже 31 октября императорские войска после артиллерийского обстрела вошли в Вену. Усмирение столицы завершили военно-полевые суды. На престол вступает император Франц-Иосиф. В апреле 1849 г. он обращается к Николаю I с просьбой о помощи в подавлении революции в Венгрии.

Революция в Австрийской империи была подавлена, в стране наступила реакция. И хотя революция потерпела поражение, о возврате к старым феодальным порядкам не могло быть и речи. В 50-х годах XIX в. обостряются отношения Австрии с Россией, Пруссией, Францией. В 1866 г. началась австро-прусская война. Проиграв войну Пруссии, потеряв Северную Италию, испытывая все время давление центробежных сил (венгерских, чешских, словацких и других народов), Австрия уже не могла находиться в первых рядах европейских стран. Полуфеодальные отношения, экономическая отсталость страны приводят к слабым темпам развития науки в Австрии. Этому же способствует отсутствие серьезного интереса к науке со стороны императорской власти. Положение не изменилось с созданием в 1867 г. двуединой монархии — Австро-Венгерской империи. По-прежнему университеты и Академия наук содержались только из престижных соображений и потому, что католической империи были нужны священники (теологический факультет), врачи (медицинский факультет), юристы (факультет права), естественные же науки играли второстепенную роль. Вероятно, естествознание в Австро-Венгерской империи пришло бы в упадок, если бы не одно важное обстоятельство — отсутствие языкового барьера между Австрией и соседними немецкими государствами, которые в начале 70-х годов «железом и кровью» объединились в единое государство — тоже империю. Взаимные посещения, обмен профессурой и учениками, стажировки, совместные конференции — все это объединяло немецкую и австрийскую школы естественных наук, что, несмотря на историко-культурные отличия, позволяет говорить об их идейной близости. Поэтому при всем различии, например, венской и геттингенской школ физики и математики они находятся в едином русле науки германоязычных стран.

Но ни поддержки науки и ученых со стороны правительственных организаций, ни углублявшейся и все расширявшейся связи науки и техники в Австро-Венгерской империи не было, а то небольшое и зачастую случайное, что было, обязано своим существованием в основном влиянию Германии.

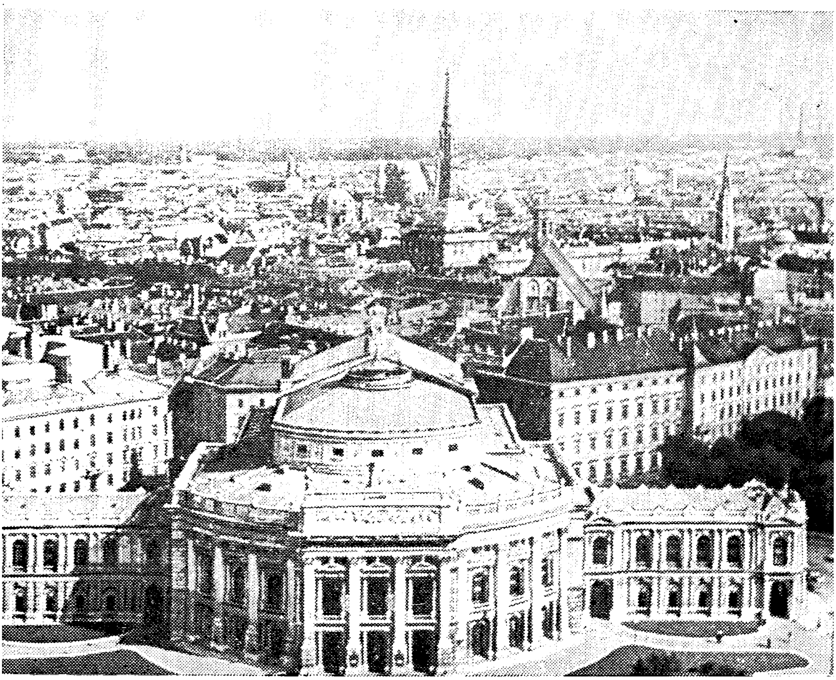
В конце XIX в. Австро-Венгрия представляла собой страну, жизнь и характер которой лучше всего показаны в классической книге Я. Гашека «Похождения бравого солдата Швейка во время мировой войны». Австро-Венгрия, исторические сроки существования которой подходили к концу, стала верным (и неудачливым) сателлитом Германской империи.

Юность и значительная часть жизни Больцмана связаны с Веной, чудесным музыкальным городом, живописно расположенным на берегу Дуная.

Уже в 1482 г. в Вене вышли первые печатные книги, с 1615 г. регулярно выпускается газета, в 1526 г. основана национальная библиотека. В 1687 г. были поставлены первые уличные фонари. По данным первой переписи, проведенной в 1754 г., Вена насчитывала 175 460 жителей. Дворцы в стиле барокко, с их пышными порталами, скульптурой, завитками рельефного орнамента, тяжелыми массивными карнизами, массивной рустовкой цоколей, представляли великолепные декорации для сцен уличной жизни Вены. Неотъемлемой частью города были памятники: «Колонна чумы» (или «Колонна святой троицы»), «Колонна Марии», памятники Моцарту, Шуберту, Бетховену, Гете, многочисленные фонтаны. Кстати, Больцман видел, как фонтаны приобрели современный вид: в царствование Марии-Терезии, поборницы строгой морали, полуобнаженные фигуры «рек» были сняты с парапетов и спрятаны в подвалы городского арсенала. Затем их передали скульптору Фишеру для переливки. Однако он, напротив, позаботился об их реставрации и содействовал возвращению шедевров на место. В 1873 г. подлинные статуи были заменены их бронзовыми копиями.

На глазах Больцмана проходила постройка здания прославленной Оперы. Строили ее А. Зиккардсбург и Э. Ван-дер-Нюль, работавшие обычно вместе: первый давал общий план и конструкцию, второй — декоративное оформление. Работа над зданием шла под неодобрительные замечания прессы. Сам Франц-Иосиф, когда здание было почти готово, нашел, что оно-де кажется слишком осевшим в землю. Ван-дер-Нюль не вынес нападок и покончил с собой. В том же 1868 г., через два месяца после гибели друга, умер и Зиккардсбург. 25 мая 1869 г. Опера была торжественно открыта представлением «Дон-Жуана» Моцарта.

Здание Оперы действительно как бы распластано по земле, возможно, ему недостает композиционной гармонии, однако оно построено по продуманному плану, прочно и умело, на высоте опыта и мастерства своего времени. Венская Опера — одна из лучших в Европе, здесь пели самые знаменитые вокалисты, за дирижерским пультом стояли Верди, Вагнер и другие прославленные композиторы и дирижеры [41].



Вид Вены. На переднем плане здание Оперы

В 1863 г., как уже было сказано, Больцман поступает в Венский университет, где изучает математику и физику. Венский университет (один из старейших в Европе) был основан в 1365 г. императором Рудольфом IV, который хотел противопоставить его Пражскому и Краковскому университетам. Папа Урбан VI учредил в нем в 1384 г. теологический факультет. В XVI—XVII вв. в Венском университете господствовали иезуиты. Расцвет университета пришелся на вторую половину XIX в., когда за период с 1848 по 1870 г. была основана большая часть существующих и ныне научных институтов и учрежден ряд кафедр по специальным предметам[1].

В середине XIX в. университеты в Европе имели различные статуты. Одни, подобно английским Кембриджскому и Оксфордскому, представляли собой автономную корпорацию и сохранили много черт от средневековья. Другие, как университеты Франции, являлись прави-

[1] Показательны цифры, характеризующие уровень развития университетской деятельности. В 90-е годы XIX в. на 100 тыс. жителей приходилось студентов: в Бельгии — 82, в Норвегии — 77, в Австрии — 56, в Германии — 57, во Франции — 43, в России — 10.

тельственными учреждениями с целями технической подготовки к определенным профессиям; здесь профессора были, по существу, правительственными чиновниками. В Германии, Австрии, Швейцарии, Голландии, Скандинавии и России университеты также содержались государством и подчинялись общегосударственной администрации, но за университетами было оставлено право самоуправления и свобода в выборе преподавателей при замещении вакантных мест.

Характерной особенностью немецких университетов того времени является то, что они были и учреждением для обучения, и мастерской для научного исследования. Этим обстоятельством определялось и то, что академическое преподавание прежде всего носило научный характер: на первом месте стояла не подготовка к практической профессии, а ближайшее ознакомление с научным познанием и исследованием. За немногими исключениями, все университетские преподаватели — ученые-исследователи, и, наоборот, все настоящие ученые — университетские преподаватели. Поэтому, например, Вейерштрасс читал лекции шести слушателям.

Во Франции и Англии наиболее прогрессивные ученые оставались вне университетов (достаточно вспомнить энциклопедистов); в Германии они находились в университетах. Поэтому представляется естественным основание в 1850 г. Христианом Доплером (1803—1853) Физического института при Венском университете. Директорами института были последовательно фон Эттингсхаузен и выдающийся физик Й. Стефан — первый учитель Больцмана.

Йозеф Стефан (1835—1893) окончил Венский университет. С 1858 г. он был лектором, а с 1863 г.— профессором университета. В 1869 г. он становится директором Института экспериментальной физики. Й. Стефан был блестящим экспериментатором и прекрасным преподавателем.

В 1860 г. Стефан был избран членом-корреспондентом, а в 1885 г.— членом Австрийской академии наук, вице-президентом которой он состоял с 1885 г. и до конца своих дней.

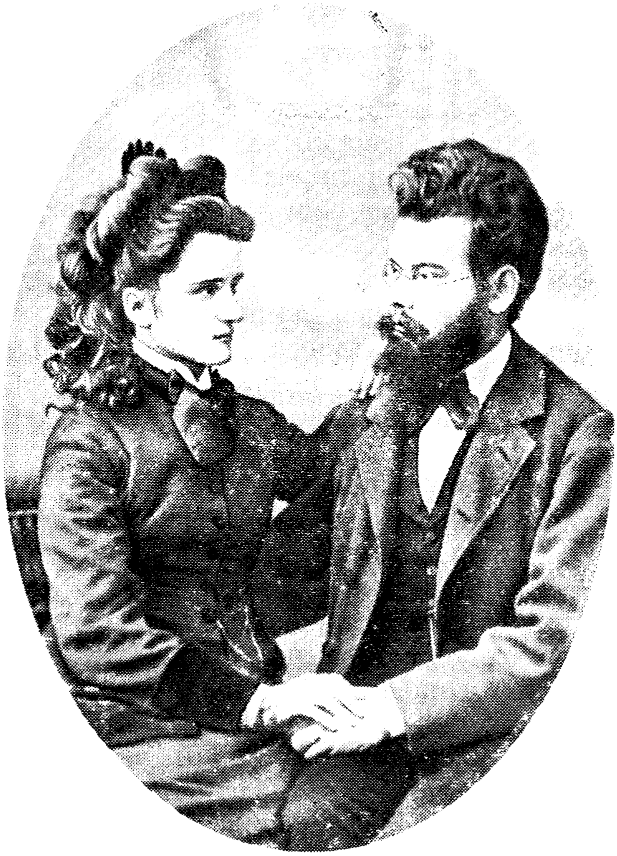
Наиболее важны его работы о тепловом излучении (1879). Ньютон высказал априори закон охлаждения раскаленного железа в постоянном токе воздуха. Г. В. Рихман (1711—1753) снова сформулировал его в следующей форме: быстрота охлаждения пропорциональна разности температур между нагретым телом и окружающей средой. Г. В. Крафт (1701—1754) и Рихман проверили этот закон для некоторых температур. Уже около 1740 г. многие экспериментаторы обнаружили расхождения с реальными процессами и попытались дать другую формулировку, по которой потеря тепла возрастает быстрее, чем в прямой пропорциональной зависимости.

Тем не менее физики все-таки считали закон Ньютона точным и пытались лишь слегка «подправить» его введением новых температурных шкал. Однако все такие законы были применимы лишь в ограниченных интервалах температур. Некоторые авторы высказывали соображения о том, что с ростом температуры выделяемое тепло растет значительно быстрее, чем температура. Эти замечания навели Стефана на мысль, что потери тепла пропорциональны не первой степени абсолютной температуры. Он показал, что с результатами измерений хорошо согласуется при всех температурах формула, содержащая четвертую степень. Теоретический вывод этой формулы был сделан в 1884 г. Больцманом (см. ниже).

Стефан был энтузиастом теории электромагнитного поля Максвелла, которая отнюдь не была тогда сколько-нибудь широко распространена в Европе. Больцман вспоминал: «Когда я, еще будучи студентом, познакомился со Стефаном, он прежде всего дал мне статьи Максвелла и, так как я тогда не знал ни одного слова по-английски, еще английскую грамматику, словарь я получил от отца» [100, с. 7].

Свою первую научную работу «Движение электричества на кривых поверхностях» Больцман опубликовал в 1865 г. В 1867 г. он стал ассистентом-профессором Института физики, а в 1868 г. получил степень доктора. Когда ему было 25 лет, он стал профессором математической физики университета в Граце, где прожил до 1873 г.

Грац, ныне второй по экономическому значению город Австрии, насчитывал в конце XIX в. 151 668 жителей. Это древний город, бывшая резиденция штирийской линии Габсбургов. Его старый университет основан в 1586 г. В Граце были сосредоточены многочисленные институты, Академия музыки и искусства, в 1814 г. открыто Высшее техническое училище.



**Л. Больцман с женой Генриеттой.
70-е годы XIX в.**

В 1872 г. Больцман использовал короткие отпуска для того, чтобы поработать с Бунзеном и Кенигсбергером в Гейдельберге и с Кирхгофом и Гельмгольцем в Берлине. В январе этого года он писал матери: «Вчера я выступал в Физическом обществе Берлина. Ты можешь себе представить, что я старался сделать все, что в моих силах, для того, чтобы не опозорить мою родину. Поэтому в последние дни перед выступлением моя голова была полна интегралами... Между прочим, как оказалось, много усилий не потребовалось, так как большая часть аудитории не понимала мое выступление. Однако Гельмгольц пришел, и между ним и мной развернулась интересная дискуссия. Ты знаешь, как сильно я люблю научные дискуссии, и можешь представить, как я был рад. Тем более, что Гельмгольц не очень доступен другим образом. Хотя он всегда работает в лаборатории рядом со мной, я еще почти не говорил с ним» [100, с. 4].

О различии обстановки в научной среде Вены и Берлина сам Больцман пишет: «...ни в бытность мою студентом, а позже долгие годы ассистентом, я не слышал от них (Лошмидта и Стефана.— *Л. П.*) иных слов, кроме дружеских, а совершенно олимпийское веселье и возвышенный юмор, превращающие — для студентов — самые трудные дискуссии в интересную игру, так вошли в меня, что до известной степени сделались моей собственной натурой. Я совсем не думал тогда, что мне как ученику подобный тон совсем не к лицу. Когда позже, во время работы в Берлинской лаборатории, я по простоте душевной заговорил в этом, обычном для меня тоне, достаточно было одного взгляда, брошенного Гельмгольцем, чтобы поставить меня на место. Когда я рассказал об этом ассистенту Глану, теперь профессору, он мне высокомерно заметил: „Вы здесь в Берлине“» [6, с. 114].

В Граце Больцман познакомился со своей будущей женой Генриеттой фон Айгентлер (она была моложе его на десять лет), привлекательной, голубоглазой девушкой с прекрасными волосами. Она хотела изучать математику и физику в университете, но по порядкам тех времен для женщины это оказалось невозможным. Вспомним, как трудно далась доцентура Э. Нетер более чем тридцать лет спустя! Декан философского факультета нашел странным это желание Генриетты. В те времена в Германии и Австрии считалось назначением женщины ведение домашнего хозяйства и воспитание детей.

В первом семестре Генриетта была все же допущена к слушанию лекций, так как не существовало законов, запрещающих женщинам посещать университет. В начале второго семестра факультет уже принял правила, которые исключали женщин-студенток. Тогда Генриетта подала прошение министру образования, который был коллегой ее покойного отца по работе в суде в Граце. Министерство отклонило правила факультета, но, когда начался следующий семестр, она вновь столкнулась с трудностями. В конце концов ей пришлось отказаться от своих планов.

В 1873 г. Больцман вернулся в Вену[2] как профессор математики; он читал курс дифференциальных уравнений, теории чисел (который вообще читался в Вене впервые) и ряд других математических курсов, в том числе курс математических проблем механической теории тепла [87, с. 2].

Старинная Вена во второй половине XIX в. выросла почти до нынешних размеров. Если в 1862 г. в городскую черту была включена территория до второй линии валов, возведенных в средние века, то уже в 1890 г. пришлось срыть и эти валы и ввести в состав города бывшие предместья. Это о них писала путешественница в XVIII в.: «Я должна признаться, что не знаю ничего более очаровательного, чем предместья Вены...» Вена стала одним из самых красивых городов Европы.

Вена насчитывала тогда 1 млн 365 тыс. жителей. В городе был водопровод (с 1873 г.), телефонная связь (с 1881 г.), газовое освещение. В 1890 г. началась электрификация — первая линия трамвая была открыта в 1897 г. В 1873—1883 гг. построено здание парламента, в 1874—1888 гг.— Бургтеатра.

В 1876 г. Больцман возвращается в Грац в качестве профессора экспериментальной физики и директора

[2] Маленькая таблица поможет читателю ориентироваться в профессорской биографии Больцмана:

Годы	Город	Предмет
1869—1873	Грац	Математическая физика
1873—1876	Вена	Математика
1876—1890	Грац	Экспериментальная физика
1890—1893	Мюнхен	Теоретическая физика
1894—1900	Вена	То же
1900—1902	Лейпциг	» »
1902—1906	Вена	» »

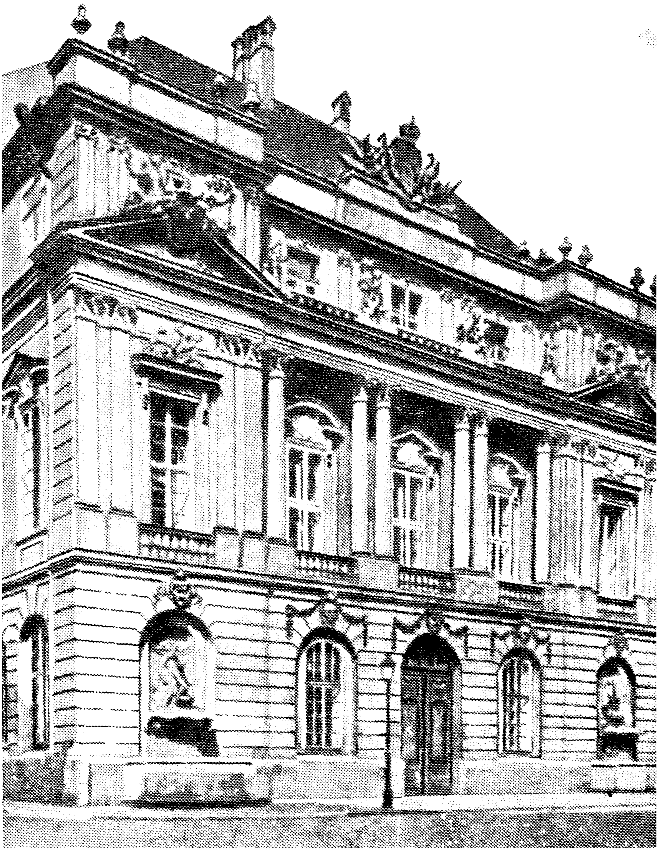
Изменение исследовательских интересов Больцмана и финансовые проблемы его большой семьи (пятеро детей) были причинами столь частой перемены мест работы. Надо заметить, что лекции по философии науки, которые он читал в 1903—1906 гг. в дополнение к обязательным лекциям по теоретической физике и заграничным поездкам, кажутся чрезмерной нагрузкой для его слабого здоровья.

недавно организованного (1875) при университете небольшого Физического института, директором которого первоначально был известный физик А. Теплер. Он покинул Грац и переехал в Дрезден в 1875 г. Больцман стремился занять это место по многим причинам. Тяжелый гнет бюрократизма был в Граце все же меньше, чем в Вене. Здесь он мог читать курс физики, и, кроме того, его будущая жена была из Граца.

Л. Больцман.
70-е годы XIX в.

Но даже Больцману было нелегко получить назначение на кафедру в Граце. Среди его соперников был Эрнст Мах. Мах уже ранее, с 1864 по 1867 г., заведовал кафедрой в Граце. Теперь он жил в Праге и хотел вернуться назад. Последующее время принесло много волнений молодой паре. Свадьба была уже назначена на 17 июля 1876 г., а они все еще не знали, где будут жить: в Вене или Граце. Они также боялись, что их медовый месяц будет испорчен переговорами с министерством относительно кафедры в Граце. Об этой неприятной ситуации Больцман писал: «Я питаю отвращение к постоянной скрытой борьбе, я лучше знаю, как интегрировать, чем как интриговать» [100]. Еще за пять дней до свадьбы они не имели утверждения министерства. Надо сказать, что по тем временам Австро-Венгерская империя обладала одним из самых бюрократических государственных аппаратов в Европе, и тяжесть бездушного и бессмысленного «чиновничества» придавливала буквально все.

Из письменного предложения, посланного Больцманом невесте, мы узнаем, как отмечает его внук Д. Фламм, что и сто лет тому назад инфляция тоже была жизненно важной проблемой. Больцман пишет: «Последний год мой полный годичный заработок составлял 5400 флоринов. Этой суммы будет достаточно для семьи, однако, принимая во внимание громадный рост цен в Вене, недостаточно для того, чтобы пре-



Здание Австрийской академии наук в Вене

доставить Вам много развлечений и забав» [100, с. 9].

Вступление Больцмана в новую должность совпало с его женитьбой, и дальнейшие годы, прожитые в Граце (около 14 лет), стали счастливейшими годами его жизни. Он создал семью, в которой было пятеро детей[3]. Он стал вначале (1878) деканом философского факультета, а затем ректором (1887) университета.

Больцман жил здесь со всей семьей в маленьком домике и посвящал свое время многочисленным занятиям, например музицированию. Он любил природу и пред-

[3] В статье зятя Больцмана Л. Фламма [103] указывается, что у Больцмана было четверо детей — один сын и три дочери, а в статьях его сына Дитера Фламма (внука Больцмана) — что пятеро: два сына и три дочери [100—102]. Для нашей книги это странное расхождение не имеет значения.

принимал бесчисленные прогулки в прекрасных окрестностях Граца. Здесь же он занимался литературой, особенно Фридрихом Шиллером, его любимым поэтом, которому он посвятил свои «Populäre Schriften». Больцман любил вечерние беседы в обществе своих учеников старших семестров и коллег. Эти беседы часто затягивались до глубокой ночи. В них проявлялся его блестящий юмор. Он читал свои веселые стихи, среди них шуточные стихи о Бетховене под заглавием «Бетховен в небесах».

Как раз в то время, когда Больцман жил и работал в Граце (1 ноября 1887 г.), известный психиатр Крафт-Эбинг[4] в присутствии десятков врачей и зрителей (вспомнив широкий круг интересов Больцмана и скромную величину Граца, можно с большой вероятностью предположить, что Больцман с женой были в числе этих зрителей) продемонстрировал очередное «гипнотическое чудо» — внушил двадцатидевятилетней женщине, что ей всего семь лет. Женщина начала вести себя как ребенок... Подобным же образом она перевоплощалась в другие моменты своей прошлой жизни: в 5, 7, 10, 15, 20 лет. Описанные опыты были неоднократно повторены, а сам феномен получил название «гипнотическая регрессия возраста». Даже если сам Больцман не присутствовал на демонстрации опытов, представляется невероятным, что на них не был кто-нибудь из его знакомых (особенно по университету), кто мог рассказать о них Больцману.

Попробуем представить себе, какие же мысли могли возникнуть у Больцмана в связи с этими экспериментами. Мы оставим в стороне чисто психологические вопросы, а сделаем несколько кратких замечаний по поводу понятия «время», оказавшегося принципиально важным для вероятностной трактовки второго начала термодинамики и космологических гипотез Больцмана.

Интерес Больцмана к понятию «время», которое является как философским, так и физическим, был тесно связан с его работами по второму началу термодинамики и его вероятностной интерпретации. Течение времени от прошлого к будущему через настоящее выражалось (или определялось) неравенством второго начала

[4] Крафт-Эбинг Р. (1840—1902) — немецкий нейролог и психиатр, профессор психиатрии в Страсбурге, Граце, Вене, автор книг по криминальной психологии, психиатрии, судебной психопатологии.

(с первого взгляда безразлично, записано оно через энтропию или через вероятность). Однако если мы переходим к вероятностной трактовке, то кривая $W=W(t)$ уже не является гладкой, как кривая $S=S(t)$, а, сохраняя общую однонаправленную тенденцию, может (а строго говоря, даже обязана) иметь выбросы (флуктуации) различной амплитуды и продолжительности. Если кривая второго начала в вероятностном выражении (так же как $S(t)$) выражает или совпадает с однонаправленностью времени, то как быть с направлением времени в этих выбросах? Надо ли считать, что в них время, так сказать, обращается? Возникает множество таких же вопросов, уже скорее философского, а не физического характера, не только по самому смыслу проблемы, но и из-за невозможности (во всяком случае во время жизни Больцмана) осуществить какой-либо эксперимент, дающий прямой или хотя бы косвенный ответ на эти вопросы. Пройти же мимо этих вопросов нельзя, особенно при обобщении статистической механики на Вселенную в целом. Больцман это прекрасно понимал и поэтому предложил полуфантастическую картину, кратко рассмотренную в главе 8 этой книги.

Естественно, опыты Крафт-Эбинга по «гипнотической регрессии возраста» не могли не повлиять на ход размышлений Больцмана о «времени». Регрессия времени, т. е. течение его (во всяком случае для гипнотизируемого) в обратном направлении (от настоящего к прошлому) является частным примером, показывающим, что при известных условиях такое обращение осуществляется. А хотя бы одно противоречие закону лишает его всеобщности, ведь в бесконечной Вселенной любая физически осмысленная ситуация реализуема во времени и пространстве и, больше того, в любой момент времени где-то существует. Все эти соображения, на которые могли навести Больцмана опыты Крафт-Эбинга, реализовались позднее в ряде его высказываний (см. главы 7, 8). Заметим, что Больцман, конечно, не мог упустить того факта, что гипнотические опыты Крафт-Эбинга посылали человека в прошлое, а не в будущее (в подсознании и сознании человека нет его «событийных» отпечатков).

В годы преподавания экспериментальной физики в университете Граца Больцман придумал и выполнил много механических моделей для иллюстрации теоретических концепций.

В 1890 г. Больцман принял приглашение на должность профессора теоретической физики в Мюнхенский университет[5], где работал до 1894 г.[6]

В 1894 г. Больцман вернулся в Вену и занял кафедру теоретической физики своего учителя Стефана, скончавшегося в 1893 г.

В 1900 г. Больцман принял приглашение переехать в Германию, в Лейпцигский университет, в качестве профессора теоретической физики. К концу XIX в. Лейпциг насчитывал около 600 тыс. жителей. Это был типичный саксонский городок со старым (или внутренним) городом с узкими и кривыми улицами и домами XVI—XVII вв., с пригородами с правильными и красивыми улицами, с многочисленными предместьями, памятниками Баху, Лейбницу, Гете, Шуману и др. Гуляя по улицам Лейпцига, Больцман мог любоваться старым королевским дворцом, Ауэрбаховым двором — некогда центром ярмарочной торговли с винным погребом, известным по «Фаусту» Гете, ратушей XVI в., университетскими зданиями, биржей, концертным залом, библиотекой. Он мог посещать Музей книги, Музей изящных искусств... В 1843 г. в Лейпциге была открыта консерватория. Город славился производством музыкальных инструментов; большого развития в нем достигли книгоиздательство и книготорговля.

Лейпцигский университет был основан в 1409 г., когда немецкие профессора и студенты, вынужденные в результате гуситских войн оставить Пражский университет, организовали корпорацию в Лейпциге. В 1661 г. здесь учился Лейбниц. Университет славился хорошими научными традициями. Однако, вероятно, естественное стремление вернуться на родину (в Лейпциге Больцман скучал по родине и по австрийским горам; кроме того, ему не нравилась саксонская кухня) и постоянные дискуссии с В. Оствальдом, также работавшим в Лейпциге, по столь дорогим для Больцмана вопросам атомистики привели к тому, что в 1902 г.

---

[5] В Мюнхене раз в неделю Больцман встречался с группой коллег, в которую входили математики Дик и А. Прингсхейм, физики Ломмель и Зонке, химик Байер, астроном Зеелигер и инженер холодильного дела Линде.

[6] Мюнхенский университет основан в 1472 г. в Ингольштадте, в начале XIX в. переведен в Ландсхут, с 1826 г.— в Мюнхен. К XX в. его библиотека, основанная тоже в 1472 г., насчитывала свыше миллиона томов.

Больцман возвращается в Вену, на свою еще не занятую кафедру теоретической физики. Кроме того, в 1903 г. Э. Мах по болезни оставляет преподавательскую деятельность, и Больцман заменяет его, приняв кафедру натурфилософии (метод и общая теория естественных наук). В 1905 г. Больцман издает «Populäre Schriften» [63].

Сам Больцман частично раскрыл внутреннюю лабораторию своего творческого процесса и дал материал для характеристики его особенностей. В 1902 и 1904 гг. французский журнал «Enseignement Mathématique» предложил «Анкету о методах работы математиков». Единственным крупным ученым, который прислал ответы на нее, оказался Больцман [7]. И это не случайно. Больцмана весьма интересовала проблема, которую мы сегодня называем «психология творчества». Его ответы дают дополнительный материал для характеристики его творческого гения. Они настолько ясны, что не нуждаются в каких-либо дополнительных пояснениях. Приводим здесь только те вопросы анкеты, на которые Больцман дал ответы [95].

Вопрос. 1а. Когда и при каких обстоятельствах, по Вашим воспоминаниям, появился у Вас интерес к математике?

Ответ. 1а. В возрасте 6—8 лет я разработал формулу, позволившую моей матери, игравшей в лотереи, рассчитывать количество двоек и троек определенного числа номеров. В другом случае я решил задачу перестановок, относящуюся к карточной игре.

Вопрос. 2. К каким отраслям математики Вы чувствуете наибольшую склонность? 3. Что Вас больше интересует: математика как таковая или ее применение в естествознании?

Ответ. 2 и 3. Хотя практически я занимаюсь в основном теоретической физикой, я чувствую в сильной степени тяготение к чистой математике и считаю часы, когда я занимался теорией чисел, одними из самых прекрасных в моей жизни.

Вопрос. 4. Помните ли Вы точно методику Вашей работы во время учебы, когда Вы стремились не столько к собственным исследованиям, сколько к усвоению чужих результатов? Можете ли Вы сообщить что-нибудь интересное по этому поводу?

Ответ. 4. Я всегда сомневался в том, что читал или слышал, пока не добивался результата собственным путем.

Вопрос. 5. Как Вы намеревались продолжать свое образование после прохождения обычного математического курса, соответствующего программе для получения степени лицензиата

---

[7] Ответы Больцмана помещены в журнале «Enseignement Mathématique», 1905, vol. 7, p. 389; 1906, vol. 8, p. 45, 219, 300—301, 465, 471; 1907, vol. 9, p. 123, 131, 210, 307; vol. 10, p. 153, 170. Перевод О. В. Кузнецовой.

или звания «аграже» (agrégé) [8]? Стремились ли Вы до опубликования серьезных вещей расширять свои знания по многим направлениям математики или, наоборот, углубленно изучали узкий вопрос, не касаясь того, что не было необходимым для его решения, и лишь постепенно расширяли круг вопросов? Или Вы предпочитали другие методы; можете ли Вы их указать? Какой из них Вы предпочитаете?

Ответ. 5. Я всегда рассматриваю сначала частные случаи для того, чтобы понять истинное значение теоремы, и только потом ищу общее доказательство.

Вопрос. 7. Какую роль, по-вашему, играют случай или вдохновение в математических открытиях? Так ли велика эта роль, как кажется? 8. Замечали ли Вы когда-нибудь, что открытия или решения вопросов, которыми Вы раньше бесплодно занимались, получилось у Вас внезапно, когда Вы уже думали над вопросами совершенно иного характера? Случалось ли Вам вычислять или решать задачи во сне? Явились ли Вам при утреннем пробуждении совершенно готовые решения или открытия, либо совершенно неожиданные, либо те, над которыми Вы тщетно думали накануне или в предыдущие дни? 9. Считаете ли Вы, что Ваши основные открытия являлись результатом целенаправленной работы, или они возникали у Вас, так сказать, спонтанно?

Ответ. 7, 8 и 9. Мне кажется, что я получил мои конкретные результаты не случайно, а путем упорного размышления в определенном направлении. Напротив, все мои лучшие идеи раскрылись мне как бы сами по себе и без усилия; они пришли ко мне, когда все было подготовлено размышлением, пришли после некоторого времени отдыха, часто дней и даже недель. Они никогда не приходили ко мне во сне, но я едва осознавал их приход и часто позднее не мог указать точную дату; часто это случалось при чтении других работ по сходной тематике, но тем не менее существенно отличных.

Вопрос. 10. Занимаясь работой, которую Вы намерены опубликовать, Вы получаете некоторые промежуточные результаты. Формулируете ли Вы сразу каждую часть работы? Или, напротив, записывая результаты в виде простых пометок, Вы редактируете затем всю работу целиком?

Ответ. 10. Немного примечаний или полное их отсутствие. Сразу, как только работа закончена, я быстро начинаю редактировать.

Вопрос. 11. Какое значение придаете Вы изучению специальной математической литературы? Какой совет дали бы Вы по этому поводу молодому математику, имеющему обычное классическое образование?

Ответ. 11. Я могу дать лишь один совет молодым математикам: «Будьте гениальны».

Вопрос. 12. Прежде чем приступить к какому-либо вопросу, стараетесь ли Вы сначала изучить работы, посвященные этой же теме?

Ответ. 12. Я всегда пренебрегал более, чем это следует, работами других и обращался к ним лишь в последний момент, непосредственно перед публикацией своих исследований.

---

[8] Примерно соответствует сдаче кандидатского минимума по специальности.

Вопрос. 16. Считаете ли Вы, что Ваш стиль работы после окончания обучения остался по существу тем же самым?

Ответ. 16. Мой метод работы всегда оставался одним и тем же.

Вопрос. 17. В процессе работы над Вашими основными исследованиями занимались ли Вы непрерывно изучаемым Вами вопросом или же прерывали эту работу, возвращаясь к данной теме позднее? Если Вы испробовали оба метода, то какой из них Вам кажется лучшим?

Ответ. 17. Мне случалось прерывать работу, если я был не в состоянии продолжать ее, а затем я с успехом возобновлял ее. Однако свои самые лучшие работы я делал одним махом.

Вопрос. 18. Какое, на Ваш взгляд, минимальное время следует уделять математике в течение дня, недели, года, чтобы, имея и другие каждодневные занятия, математик смог плодотворно развивать некоторые ее ветви? Считаете ли Вы, что при возможности выбора наилучшим способом являются ежедневные, хотя бы кратковременные, занятия, минимум по часу, например?

Ответ. 18. Работая лишь один час в день, я не продвигался вперед. Когда я в форме, я работаю шесть часов в день и больше, но затем, когда я не в настроении, я ничего не делаю в течение месяцев.

Вопрос. 19а. Какие занятия или развлечения Вы предпочитаете, помимо изучения математики, в часы Вашего досуга, каковы Ваши основные вкусы? 19б. Считаете ли Вы, что занятия живописью, литературой, музыкой или поэзией отвлекают от математического творчества, или, по-вашему, наоборот, они ему способствуют, давая отдых мозгу? 19в. Интересуетесь ли Вы вопросами метафизического, этического или религиозного характера, или, наоборот, они Вас отталкивают?

Ответ. 19. В качестве отдыха я предпочитаю хорошую музыку и восстанавливаю по памяти оперы и оркестровые произведения, проигрывая партитуру на пианино. Я люблю также читать стихи и иногда пишу их сам, но только для себя. Я люблю философствовать на лоне природы, меня также интересуют вопросы морали, общества и религии.

Вопрос. 21. Какие советы в заключение Вы дадите молодому человеку, получающему математическое образование; молодому математику, окончившему обычное обучение и желающему заниматься научной работой?

Ответ. 21. Я могу лишь повторить ответ, который дал в связи с вопросом 11: «Будьте гениальны». Остальное неважно.

Вопрос. 24. Считаете ли Вы, что занятия математикой в течение дня должны прерываться другими занятиями или физическими упражнениями, соответствующими возрасту и силам каждого?

Ответ. 24. Для большинства школьников, даже самых способных, необходимо рекомендовать чередование экспериментальной работы с занятиями чистой математикой. Для гения правил не существует.

Остановимся на некоторых особенностях личности Больцмана. Он любил общество, приглашал к себе студентов, был желанным гостем, так как развлекал собравшихся своим блестящим юмором, часто мягким, иногда колючим и всегда метким и быстрым [72]. Приведем несколько примеров юмора Больцмана.

Существует нечто вроде легенды, что на возражения, связанные с обращением скоростей (Лошмидт), Больцман ответил: «Подите-ка, поверните их». Отвечая на возражения Цермело, связанные с теоремой возврата Пуанкаре, Больцман указал на то, что промежутки времени между возвращениями чудовищно велики, заметив: «Долго же Вам придется ждать».

Больцману же принадлежит великолепный ответ на замечание, что его уравнения недостаточно изящны: «Оставим изящество портным и сапожникам».

В книге «Механика» Будде имеется следующая фраза составителя: «Среди подвергающихся деформации тел есть одно, которое может сознательно осуществлять свою собственную деформацию. Это человек!» На своем экземпляре книги Больцман сделал на полях замечание: «Свое тело сознательно деформировать может также и свинья, но написать такой вздор может, правда, только человек».

Больцман во время своих лекций не стеснялся поправлять самого себя: «Ах, какую я совершил глупость!» [6, с. 278].

В одном докладе, упомянув виллу Оствальда «Энергия», Больцман заметил: «...по знаменитому образцу я мог бы назвать свою виллу „Энтропией“!».

В речи, посвященной памяти Лошмидта, Больцман вспоминал, что Лошмидт полусерьезно предлагал создать в Вене «негативный» научный журнал, т. е. такой журнал, в котором рассматривались бы только неудавшиеся опыты. Напомним читателям, что опыт Майкельсона — Морли долго считался печальной неудачей.

Блестящим образцом юмора является очерк Больцмана «Поездка одного немецкого профессора в Эльдорадо» [63].

Больцман был прекрасным знатоком классической литературы, которую любил цитировать. Свою книгу «Populäre Schriften» он посвятил Ф. Шиллеру, который был его любимым поэтом: «Посвящается Шиллеру, непревзойденному мастеру правдивого изображения событий, с искренним, из глубины сердца исходящим восхищением, в столетнюю годовщину после его вступления в бессмертие». Больцман сам отмечал влияние, оказанное на него Шиллером: «Без Шиллера мог, конечно, быть человек с моим носом и бородой, но это не был бы я». Заметим, что Шиллер пользовался огромной популярностью у радикальной молодежи России 60-х годов XIX в. и что любовь и внутреннее приятие Шиллера пронес через всю жизнь Ф. М. Достоевский.

Что, собственно, обозначала резко подчеркнутая любовь Больцмана к Шиллеру и его творчеству? Шиллер — мятущийся романтик (с налетом чисто немецкой сентиментальности) второй половины XVIII в., поборник свободы, и прежде всего свободы развития человека без сословных и иных предрассудков, пантеист, у которого шеллингианская метафизика объединялась с критическими подходами Канта и отдаленными отголосками спинозизма. Если к этому добавить неясную, но благожелательную по отношению к людям идею добра как внутри них, так и в отношениях между ними, а также страстный порыв к познанию мира и убежденность в безграничных возможностях человеческого разума и в конечном торжестве правды и справедливости, то мы получим почти все то в Шиллере, что было созвучно романтической душе Больцмана. «Другим человеком, оказавшим на меня такое же влияние, является Бетховен», — писал Больцман [6, с. 283]. Все это в какой-то степени позволяет лучше понять безусловно не простую и по-своему прекрасную личность Больцмана.

Больцман страстно любил музыку и сам много и неплохо музицировал. И это неудивительно: ведь Вена всегда любила театр, венский зритель отличался взыскательностью и разборчивостью, в особенности в музыкальной области. К опере у австрийцев обостренное и, можно сказать, нежное внимание. Вена поистине город великих композиторов. Моцарт и его старший современник Гайдн, мальчиком певший в соборе св. Стефана, стали первыми в плеяде великих венских музыкантов. Бетховен жил и творил здесь большую часть жизни; здесь жили Глюк, Шуберт, Брамс, Брукнер, Малер, Иоганн Штраус, Рихард Штраус и другие прославленные музыканты. В Вене родились или развивались многие основные направления западно-европейской музыки за последние двести лет. В австрийской столице были созданы и классические жанры легкой музыки — венский вальс и венская оперетта, символом которых стало имя Иоганна Штрауса[9] (согласно императорско-

[9] Любовь венцев к музыке видна хотя бы из того, что на похороны Штрауса-отца вышли сто тысяч жителей столицы [25].

му указу вальс мог длиться не более 8 минут). Больцман любил играть симфонии Бетховена на фортепьяно в переложении Листа. Вместе с друзьями и сыном Артуром он часто исполнял камерную музыку. Он также любил филармонические концерты и имел абонемент в венскую оперу.

Во время отпусков Больцман предпринимал далекие путешествия. Он посетил Константинополь, Смирну, Алжир, Лиссабон. Среди его многих путешествий самые далекие были в США. В 1899 г. он прочел четыре лекции об основных принципах и уравнениях механики в университете Ворчестера (Clark University in Worchester), затем в 1904 г. посетил конгресс в Сент-Луисе и в 1905 г. прочитал 30 лекций в летней школе в Калифорнийском университете в Беркли.

Вот как рисует портрет молодого Больцмана его друг, австрийский композитор В. Кинцль. «Он был высокого роста, сильный, с массивным черепом, с каштановыми, мелко вьющимися волосами и широким румяным лицом, окаймленным бородой, всегда немного сутулившийся; из-за близорукости постоянно носил очки. То, что он был глубоко образованным человеком, отнюдь не уменьшало его бросающейся в глаза детской наивности, как это часто бывает у людей сосредоточенных, витающих в высших духовных сферах» [120]. К портрету Больцмана следует добавить, что он был добросердечен, очень любил своих детей, любил природу, часто совершал длинные прогулки, хорошо знал ботанику, содержал гербарий и собирал коллекцию бабочек, увлекался коньками в зимнее время и плаванием летом. Больцман привык вставать рано утром и в последние годы жизни начинал работать уже в пять часов утра.

В литературе бытует мнение о «неуживчивости» Больцмана, из-за чего он якобы часто менял места работы. Однако это неверно. Достаточно вспомнить, что, несмотря на ожесточенные дискуссии Больцмана с Оствальдом и Махом, их личные отношения оставались хорошими, а также любовь Больцмана к обществу, молодым студентам и ученым, семье, чтобы отвергнуть это утверждение.

Хотя Больцман не проявлял заметного интереса к социальным проблемам, однако в силу широты своего мировоззрения был противником угнетения и разделял идеи республиканцев. Этим, например, определяется резко отрицательное отношение Больцмана к беспорядкам националистически настроенных студентов Венского университета, выступавших против политики австрийского премьер-министра графа Бадени, стремившегося к примирению с чехами [6, с. 276].

На открытых вступительных лекциях Больцмана в Венском университете, проходивших с огромным успехом, присутствовало до 600 человек (26 и 27 октября 1903 г.) — для тех времен огромное количество. Его лекции по теоретической физике также посещали многочисленные слушатели с других факультетов. Студенты явно делились на последователей атомизма Больцмана, антиатомистов и феноменологистов-махистов и «центристов», которые путались в противостоящих воззрениях двух уважаемых и хорошо известных профессоров [58]. Во время его первой лекции по философии зал был украшен ветками белой пихты, и лекция завершилась горячими овациями слушателей. Все газеты писали об этом событии. Почта Больцмана была переполнена письмами единомыслящих.

Самыми замечательными его учениками[10] в Граце были ставшие впоследствии знаменитыми ученые Сванте Аррениус (1859—1927) и Вальтер Нернст (1864—1949). В Мюнхене его учеником был японский физик Хантаро Нагаока (1865—1950), в Вене — Пауль Эренфест (1864—1941), Л. Фламм (1885—1966), Л. Мейтнер (1878—1968). Его ассистентом в Вене был Стефан Мейер (1872—1949), работавший впоследствии главным образом в области радиоактивности и ядерной физики, а преемником Больцмана на кафедре теоретической физики в 1907 г. стал его ученик Фриц Хазенорль (1874—1917).

Хазенорль под явным влиянием Больцмана работал в области молекулярно-кинетической теории термодинамики и электродинамики. Он первым попытался на основе квантовой теории интерпретировать спектральную серию Бальмера. В 1909 г. Хазенорль издал «Wissenschaftliche Abhandlungen» Больцмана в трех томах

---

[10] Многие авторы считают, что именно в немецких и австрийских университетах зародились научные школы в современном понимании этого слова. Приведем интересное свидетельство М. Бреаля [70], который подчеркивал, что личные ученики — особенность Германии: «Во Франции нелегко сделаться личным учеником какого-нибудь ученого, здесь можно быть учеником école normal, école polytechnique... Такие абстрактные коллективные учителя неизвестны нашим соседям».

(том 1 — работы 1865 — 1874 гг., 652 с.; том 2 — 1875—1881 гг., 595 с.; том 3 — 1882—1905 гг., 706 с.). Хазенорль погиб на фронте во время первой мировой войны.

Лучше всего Хазенорля охарактеризовал его ученик Э. Шредингер, который в речи при получении им Нобелевской премии в 1933 г. сказал, что, если бы Хазенорль был жив, он бы стоял сейчас на его месте.

Особенно глубоко восхищался работами Больцмана А. Зоммерфельд, который имел много учеников, в их числе В. Гейзенберга и В. Паули. Он писал: «Никто, даже Максвелл и Гиббс, не мыслил так глубоко, как Больцман, о предпочтительном направлении процессов в природе и его вероятностном обосновании» [16].

М. Планк «обратился из Савла в Павла», когда применил метод Больцмана для того, чтобы вывести свой знаменитый закон распределения энергии в спектре излучения абсолютно черного тела. В самом деле, Больцман сам и подтолкнул Планка использовать его методы. В 1897 г. он писал: «Конечно, возможно и во всяком случае было бы достойным благодарности получить некоторый аналог теоремы энтропии также и для явлений излучения, исходя из общих законов этих явлений и руководствуясь такими же принципами, какие приняты в теории газов. Поэтому меня бы порадовало, если бы предпринятые с этой целью рассуждения г-на Планка о законе рассеяния электрических плоских волн на очень малых резонаторах оказались полезными».

Эйнштейн был близким другом ученика Больцмана П. Эренфеста, который, возможно, излагал ему идеи Больцмана. Согласно словам самого Эйнштейна его работа о броуновском движении в 1905 г. была выполнена в духе Больцмана. В этой работе Эйнштейн намеревался доказать реальность атомов и найти размер некоторых атомов, используя молекулярные флуктуации, постулированные Больцманом. М. Смолуховский (1872—1917) также называл себя учеником Больцмана.

Учителями Мариана фон Смолан-Смолуховского были с 1890 по 1895 г. в Венском университете Стефан и Экснер. Больцман оказывал на него влияние только посредством своих печатных работ. «Удивительно, — пишет Зоммерфельд, — что прямого личного контакта между ними никогда не было. Тесная дружба связывала его с Хазенорлем, павшим жертвой войны под Лафрауном в 1915 г.; их сблизили не только научные интересы, но и одинаковая любовь к музыке и верное товарищество в горных походах, в лыжном спорте» [16, с. 127—128].

Широко известны «интеллектуальные внуки» Больцмана Э. Шредингер [11] и В. Вайскопф. Шредингер слушал лекции преемника Больцмана Хазенорля, а Вайскопф многому научился у ученика Больцмана Эренфеста. Оба, Шредингер и Вайскопф, подобно Больцману, были учеными широкого круга интересов и писали о физической концепции жизни.

В 1904 г. Больцман уже предвосхищал нашу современную картину химической эволюции и самоорганизации биологических молекул. В нелинейных системах, далеких от термодинамического равновесия, статистические флуктуации, предсказанные Больцманом, могут приводить к метастабильным состояниям в ограниченной области пространства, что соответствует значительному молекулярному порядку. Но глобально, конечно, второе начало термодинамики выполняется.

Больцман увлекался и техникой. Когда, например, В. Нернст прислал ему свою электрическую лампу, он не только написал по этому поводу стихи, но и пригласил членов Физического общества Вены к себе домой на ее демонстрацию. Было разослано 55 приглашений, пришли всего семь человек, которым достались все приготовленные бутерброды и 50 литров пива.

Больцман был весьма эмоциональной натурой. В шестьдесят лет, во время поездки в США, он пишет: «Когда-то я смеялся, читая, как некий художник дни и ночи напролет искал один-единственный нужный ему цвет; теперь я над этим больше не смеюсь. Я плакал, глядя на цвет моря; как может только цвет заставлять нас плакать? Или блеск луны и свечение моря среди черной, как смоль, темноты ночи...» [63].

До последних лет своей жизни Больцман сохранил страстность своего научного темперамента. На шесть-

---

[11] «Старый венский институт Людвига Больцмана, незадолго до моего появления так трагически ушедшего из жизни, где трудились Фриц Хазенорль и Франц Экснер и через который прошли многие другие ученики Больцмана, дал мне возможность проникнуться идеями этого могучего ума. Круг этих идей стал для меня как бы первой любовью к науке, ничто другое меня так не захватывало и, пожалуй, никогда уже не захватит» (*Шредингер Э.* Вступительная речь в Прусской академии наук 4.VII 1929 г.— В кн.: Избранные труды по квантовой механике. М.: Наука, 1976, с. 339).

десят первом году 21 января 1905 г. он выступил в Венском философском обществе с докладом «Об одном тезисе Шопенгауэра», который сначала хотел назвать несколько необычным образом: «Доказательство того, что Шопенгауэр был бездарным, легкомысленным, невежественным, маравшим бессмыслицу, дегенерировавшим лжемудрецом и философствующим болтуном, понимание которого состояло только из пустого словесного вздора» [63, с. 385].

Больцман отличался «неисчерпаемой любезностью» и «был счастлив, если мог кому-нибудь оказать какую-либо услугу» [107]. Ученик и непосредственный преемник Больцмана Хазенорль писал: «Способность понять внутренний мир учащегося, заинтересованность в его развитии, благорасположение и симпатия, одним словом, человеколюбивое сердце — вот что характеризует хорошего учителя... Этими качествами обладал Больцман» [107].

Глава 2

Профессор, ученый, борец

Лекции в студенческой аудитории Больцман рассматривал как совместный творческий процесс. «Академическая лекция в наивысшем смысле слова имеет своей целью не столько обучать готовым решениям проблем, сколько ставить эти проблемы и побуждать к их решению» [63]. Приходится только сожалеть, что в наше время преподаватели университетов часто забывают об этой глубокой педагогической истине.

Лизе Мейтнер, слушавшая лекции Больцмана в 1902—1906 гг., вспоминает: «Он пользовался тремя досками. В центре стояла очень большая доска, на которой он писал свои основные расчеты, а по бокам — еще две, куда он заносил вспомогательные расчеты. Причем все писалось четко и ясно; глядя на эти доски, можно было восстановить всю лекцию. Он до такой степени воодушевлялся тем, чему учил нас, что после каждой лекции мы уходили с чувством, как будто нам открылся совсем новый и чудесный мир... Он был человеком, который вызывал восхищение и привязанность» [149, с. 2].

Аналогичная характеристика больцмановской манеры преподавания содержится в заметке его ученика К. Пржибрама [161, с. 641—642]. «Больцман читал свои лекции в ветхой аудитории старого Физического института на Türkenstrasse, 3. Он имел обыкновение начинать каждую лекцию звучным «ну-с» в весьма высокой тональности, которая совершенно не подходила к его важной фигуре. Его лекции были удивительно ясными. Как бы высоко ни воспарил гениальный дух Больцмана над темой его лекции, он всегда помнил о головах своих слушателей. Как сильно он стремился приспособить свои лекции к уровню возможностей слушателей, можно показать на следующем примере. Когда ему потребовалось при изложении теории упругости понятие о поверхностной силе, он сказал: «Представьте, себе, что к этой поверхности прикреплено страшно много крючочков», и начал терпеливо рисовать на гранях набросанной на доске призмы действительно очень много маленьких крючочков, которые, естественно, должны были служить местами приложения веса.

В механике он объяснял нам, что человек может с маленького астероида с помощью собственной силы прыгнуть в мировое пространство, и для большей доходчивости сказанного сам сделал энергичное движение, как если бы он производил разбег к такому прыжку. В одной из лекций по максвелловской теории, в которой он приводил известную цитату из «Фауста»: «Не божество ли начертало эти знаки?» — он после удовлетворившего его исключительно ясного изложения воскликнул: «Это теперь каждый электромагнитный младенец должен понять!».

В пылу лекции Больцман иногда применял курьезное соединение слов, так, например, он обозначал пренебрежимо малый член какого-то уравнения как «колоссально малый». Конечно, такого рода выражения еще более оживляли лекцию.

Я слушал также лекции Больцмана по натурфилософии, которые он читал как преемник его научного противника Эрнста Маха в большой, неизменно переполненной аудитории.

Пожалуй, в одной из этих философских лекций, а не в физических — общая теория относительности Эйнштейна была еще делом далекого будущего — Больцман говорил о многомерном и искривленном пространстве.

К этому относится двустишие, автора которого я не знаю...

Наступит на червя обычный
человек — и покривится.
Наступит Больцман – он тверд:
покривится пространство!

Это шутка, но она точно показывает то огромное действие, которое производила на людей выдающаяся личность Больцмана, проявлявшаяся также и в его лекциях».

Л. Больцман у доски
(шарж К. Пржибрама)

П. Эренфест так характеризует лекции Больцмана: «Глубокая взаимосвязь движений и реакций, вызываемых силами, разыгрывалась в фантазии Больцмана до непосредственной осязаемости и доставляла ему, очевидно, колоссальное эстетическое наслаждение. В лекциях и на семинарах он никогда не удовлетворялся одними только резюмирующими или аналитическими характеристиками механической модели. Ее строение и движение прослеживалось им до мельчайших подробностей» [53]. Поразительна универсальность Больцмана, позволявшая ему в одно и то же время преподавать и математику, и экспериментальную физику, и философию.

Больцман часто приглашал на свои философские лекции академических оппонентов (например, австрийского философа Фридриха Йодля (1849–1914)) и спорил с ними перед студентами [99, с. 334].

Несколько слов о Йодле, так как читатель почти наверняка не знает о нем (его имени нет и в БСЭ), а Йодль интересен и как философ, и как личность. Нам же он интересен тем, что Больцман приглашал его на свои лекции для дискуссий.

После ряда лет, которые Йодль профессорствовал в Праге, он в 1896 г. становится профессором Венского университета, а в 1906/07 учебном году и деканом философского факультета. Его философское мировоззрение было весьма эклектичным, но основным для него было материалистическое и антихристианское учение Л. Фейербаха, оценка которого К. Марксом общеизвестна. Последние десять лет своей жизни Йодль посвятил изданию многотомного собрания сочинений Фейербаха и его биографии. Большое влияние на Йодля оказали учения Дж. Ст. Милля и Огюста Конта, а на его этике видно отчетливое влияние кантовского критицизма. Однако в основе его взглядов лежал все же фейербаховский материализм, что, естественно, сближало его с материалистом Больцманом. Но не только это.

Йодль был наиболее либеральным профессором, решительно выступавшим с речами в защиту свободы науки против ультрамонтанства и любых попыток церковников подчинить римско-католической церкви школы, университеты и общественную жизнь. Это было как нельзя более близко взглядам радикально настроенного Больцмана. Наряду с преподавательской деятельностью в университете, а потом и в Высшей технической школе Йодль уделял много внимания вопросам народного образования (в частности, писал статьи в газеты), взяв на себя руководство Венским обществом народного образования и Центральным объединением немецкоязычных обществ народного образования (1898—1910).

Любопытная черта: в своем завещании Йодль объявил о своем посмертном выходе из лона римско-католической церкви.

Легко себе представить, о чем могли диспутировать Больцман и Йодль перед студентами, в основном перед физиками. Прежде всего это гносеологические проблемы, сильно интересовавшие Больцмана, соотношение теории и эксперимента в научном познании, закономерности развития науки, проблемы атомистики и эволюции материального мира, применение идей дарвинизма в изучении развития неорганического мира, человека, общества, этики.

Конечно, обсуждать с философом Йодлем проблемы, возникшие в связи с созданием статистической механики и дискуссиями с Пуанкаре и Цермело, было вряд ли полезно. А именно эти вопросы были, как это иногда принято говорить, «наболевшими» для Больцмана.

Поиски коллег, с которыми он мог бы обсуждать свои новые идеи,— одна из причин, по которым он в последние годы так часто менял университеты в разных городах Австрии и Германии. Он тяжело переживал, что его идеи, сочувственно поддержанные в Англии и США, не встретили должного отклика в германоязычных странах.

Композитор Кинцль рассказывал: «Я вспоминаю одну совместную прогулку, во время которой великий исследователь, который обычно никогда не говорил о себе, сделал мне потрясающее признание, сказав, что его последние работы, как ему кажется, почти никем не поняты. О некоторых проблемах, по его словам, он мог говорить вообще только с одним-единственным человеком — с Гельмгольцем, но последний жил далеко» [120].

Его стремление к научным контактам видно из переписки с Дж. Максвеллом, лордом Кельвином, лордом Рэлеем и Брианом в Англии, Лоренцем и Камерлинг-Оннесом — в Нидерландах, Аррениусом и Бьеркнессом — в Швеции, с Э. Махом, В. Оствальдом.

В 1894 г. Больцман стал почетным доктором Оксфордского университета, где его идеи пользовались уважением и вызывали большой научный интерес.

Больцман боролся не только за свои собственные научные идеи, но защищал концепцию атомов в целом. Это выглядело как борьба одинокого человека с неким кланом консервативных единомышленников. Так как на Европейском континенте борьба Больцмана за его идеи не была вознаграждена большими успехами, он не упустил возможности отстаивать свои идеи в Англии. Британская Ассоциация содействия прогрессу науки пригласила его защищать атомистику на очередном собрании в 1894 г. Он даже трижды путешествовал в США (страну Гиббса!), надеясь найти в Новом Свете людей, разум которых будет открыт для его идей. О последнем путешествии в летнюю школу Калифорнийского университета в 1905 г. он написал очаровательное обозрение «Путешествие одного немецкого профессора в Эльдорадо» [100].

Чувство растущего научного одиночества, которое испытывал Больцман, было обусловлено главным образом следующими причинами.

1. В своих принципиальных физических концепциях (особенно в статистической механике) Больцман (так же как и Гиббс) далеко обогнал свое время, а это означало, что ученых, понимавших его, было мало. Ха-

рактерно, что его философские противники: Мах, Оствальд, Гельм — практически не затрагивали вопросов обоснования статистической механики, столь важных и для миропонимания и для гносеологических проблем.

2. Конец XIX — начало XX в. ознаменовались «революцией в физике». Этот сложный и многогранный процесс оказался связанным с преодолением и ограничением многих основных положений классической физики. В этом процессе и следует искать, в частности, научные корни махизма (о его социальных корнях см. в книге В. И. Ленина «Материализм и эмпириокритицизм»). Кстати, характерно для махистов ложное истолкование фразы Г. Герца: «Теория Максвелла есть уравнения Максвелла». Попытки построить электромагнитную полевую единую физическую картину мира создавали видимость того, что классическая механистическая атомистическая теория является пройденным этапом,— этот взгляд проникал в среду интересующихся философскими проблемами физиков, помогая восприятию феноменологии Маха, критика которым слабостей классической физики была во многом справедливой.

3. Психологический фактор — Мах и Оствальд были друзьями Больцмана, и, несмотря на возрастающие противоречия между ними, они продолжали оставаться в хороших личных отношениях, поэтому их мнение сильно заслоняло для Больцмана не только идейную близость многих других ученых (особенно английских, американских, французских, русских), но и реальное подтверждение атомистики в различных экспериментах, прежде всего с заряженными атомами — ионами и «субатомными» частицами — электронами.

4. Известный успех махизма и «энергетики» у современников был связан с тем, что, например, Оствальд всегда старался вести дискуссию на общем философском уровне, поэтому грубые ошибки, допускавшиеся им при переходе к собственно теоретической физике, многим молодым ученым (особенно ученикам его и Маха) казались частностями, которые не разрушают правильности общих идей энергетики. Это, естественно, уменьшало приток молодых ученых к Больцману, что для него было крайне тяжелым фактом.

5. Легкая душевная ранимость Больцмана приводила его к гипертрофированному восприятию зачастую

кажущихся успехов его идейных противников, не менее кажущихся неуспехов его научных концепций и отсутствия решающих экспериментальных подтверждений его теории.

От последователей Маха за свою активную защиту атомной теории Больцман получил прозвище «Последний столп».

Для Больцмана его наука и философия представляли единое целое, охватываемое универсализируемым им понятием «механика». Во всех аспектах этого единства, от атомизма до эволюционизма, философского материализма и республиканизма он был цельным, ему была чужда всякая саморазорванность.

Больцман подчеркивал важную роль и значение гипотез в физическом знании — без них физика немыслима, феноменология непреодолима, а один экспеперимент при всем его решающем значении в науке недостаточен для прогнозирования. В то же время ему был чужд узкий догматизм. Выступая против махизма, он восклицает: «Прочь с любой догматикой, как в атомистическом, так и в антиатомистическом смысле!» [15, с. 3—22].

Он глубоко понимал основные особенности и тенденции развития своей эпохи[1]. Он понимал, что для характеристики эпохи важнее всего ее духовная окраска. Для второй половины XIX в. этой окраской были, по его мнению, идеи материализма и эволюции. Больцман пишет: «Если Вы спросите меня относительно моего убеждения, назовут ли нынешний век железным веком или веком пара и электричества, я отвечу, не задумываясь, что наш век будет называться веком механического миропонимания природы — веком Дарвина» [63].

Больцман был полным энтузиазма последователем Дарвина, теорию которого он распространял как на проблему происхождения жизни (отчасти предвосхищая Опарина), так и на проблему развития познания, этики и эстетики.

---

[1] «Достижения, подобные достижениям Больцмана, не вырастают на почве одностороннего, хотя и очень хорошего специального образования. Для гениального предрасположения необходимо еще общее образование в смысле ΠΑΙΔΕΙΑ (воспитание, образованность.— *Л. П.*), формирование человека» [6, с. 238].

Идея эволюции обладала для Больцмана неотразимой привлекательностью, и его честолюбивой мечтой было стать «Дарвином» эволюции материи.

По меньшей мере с 1886 г. Больцман выступает с постоянной и уверенной поддержкой учения Дарвина. Он не только находит общие аргументы в пользу эволюционной теории Дарвина, но и вносит в нее некоторые специальные дополнения по крайней мере в четырех направлениях: 1) биоэнергетика (в частности, проблема фотосинтеза), 2) происхождение жизни, 3) происхождение и развитие разума, 4) мораль и эстетика.

Эволюционистские взгляды Больцмана нашли отражение и в лекциях, которые он читал в 1903 г. в Вене как преемник Э. Маха по кафедре, объединенных общим названием «Метод и общая теория науки». С позиций эволюционной теории Дарвина он рассматривал процесс фотосинтеза в растениях как проявление общей борьбы организмов за энтропию, которая делается доступной при переходе энергии от горячего Солнца к холодной Земле. Для того чтобы возможно полнее использовать этот переход, растения распространяют в пространстве огромные поверхности листьев и принуждают солнечную энергию, прежде чем она упадет до уровня температуры земной поверхности, произвести химический синтез, о котором мы не имеем еще даже догадок в наших лабораториях. Продукты этой химической кухни являются объектом борьбы животных.

Развитие человеческого мозга Больцман также рассматривал с позиций теории эволюции Дарвина: «Мозг рассматривается нами как инструмент, как орган для производства картин мира, который вследствие его огромной полезности для поддержания вида согласно теории Дарвина развился до особого совершенства у человека, так же как у жирафа шея и у аиста клюв развились до необычайной длины» [63, с. 94].

Пожалуй, несомненно, что Дарвин занимал выдающееся место в последнем докладе Больцмана в Философском обществе Венского университета 28 октября 1905 г., имевшем любопытное название: «Объяснение энтропии и любви исходя из законов исчисления вероятностей». Текст лекции, к сожалению, утерян или никогда не был написан.

Э. Брода попытался на основании публикаций Больцмана (в основном «Populäre Schriften») восстановить нечто вроде тезисов этого доклада [2]. Получалось что-то довольно бледное. Вряд ли в этом виноват Больцман. Эта «реконструкция» интересна, пожалуй, только тем, что в связи с ней (в который уже раз) возникает вопрос о возможных подходах к заполнению лакун в научных работах или созданию вариантов неоконченных работ больших ученых.

Исключительно интересно и по-своему глубоко оригинально представление Больцмана о том, к чему извечно стремится человек,— о счастье. Вот его поразительные в своей неожиданности слова: «Если бы меня, как некогда Солона, спросили, кто самый счастливый смертный, то я без колебаний назвал бы Колумба. И не потому, что другие открытия не идут в сравнение со сделанным им (вспомните хотя бы Гутенберга). Нет. Потому, что счастье должно обусловливаться чувственным воздействием, а именно это и имело место у Колумба в наивысшей степени» [63].

Хотя Больцман прежде всего великий теоретик [3] an sich und für sich в области молекулярно-кинетической теории газа и статистической механики (см. главы 3, 4, 7, 10), но нельзя забывать и другие, в том числе экспериментальные его работы. Он сам говорит: «Идеей, заполняющей мой разум и деятельность, является развитие теории» [6, с. 204].

Что касается работ Больцмана по механике, то в них рассматриваются: 1) общие принципы механики, 2) частные задачи теории упругости, гидродинамики и т. п. Больцману принадлежат в области механики [6] и теории электромагнитного поля [62] прекрасные книги; первая из них не потеряла своего значения и в наше время.

Больцман был первоклассным экспериментатором [4].

---

[2] *Broda E.* Darvin and Boltzmann. 8th kühlingsborn colloquium philosophical and ethical problems of biosciences.— Darwin Today, Nov. 1981; Phys. Bl., 1976, Bd. 32, S. 337—341.

[3] Неслучайно он говорит: «Отклони обычный вопрос, поставленный любому отвлеченному стремлению,— какая польза от этого? Какая польза, можно задать встречный вопрос, от голого содействия существованию добавлением практических выгод за счет того, что только оживляет существование и делает его достойным прожития, служения идеалу?» [63, с. 79].

[4] Может быть, дарование экспериментатора было у Больцмана наследственным — его дед был часовых дел мастером.

Э. Мах, который сам был выдающимся экспериментатором, называет Больцмана «экспериментатором, вряд ли имеющим себе равного» [138]. Больцман даже сконструировал для своей жены электрическую швейную машину, которых тогда еще не было.

Когда стало известно о доказательстве существования электромагнитных волн Генрихом Герцем, Больцман также построил установку, с помощью которой он мог показывать это явление большой аудитории. Позднее в Вене ученик Больцмана К. Пржибрам в связи со статьей Больцмана «О максвелловской теории электричества» (в «Populäre Schriften») нарисовал карикатуру «Электромагнитное дитя в пеленках».

Основные экспериментальные работы Больцмана относятся к 1872—1876 гг. Первая важная экспериментальная работа Больцмана была посвящена максвелловскому соотношению между показателем преломления и диэлектрической постоянной вещества. После того как Максвелл открыл основные уравнения электромагнитного поля, он и его последователи вывели из них законы электродинамики, законы Фарадея, законы распространения света и т. д. Возникла новая область теоретической физики, принципиально изменялась физическая картина мира. Больцман провел в этой связи важные экспериментальные исследования, опубликованные им в статье «К вопросу о диэлектрической постоянной». Здесь он изучил указанную Максвеллом связь между коэффициентом преломления и диэлектрической проницаемостью. Сначала Больцман определил диэлектрические постоянные твердых серы и парафина (методом конденсатора), затем некоторых газов: воздуха, кислорода, водорода, углекислого газа и др., что было весьма трудной задачей. Он исследовал также, проявив при этом большое экспериментальное искусство, зависимость диэлектрической постоянной от направления в случае анизотропной среды. Он первым сделал этот вывод из теории Максвелла и сам же проверил его экспериментально на шаре, вырезанном из кристалла ромбической серы.

По существу говоря, Больцман одним из первых дал экспериментальное доказательство правильности теории электромагнитного поля Максвелла. В это время он изучал поляризацию диэлектриков в электрическом поле, причем попутно определил диэлектрические постоянные многих веществ. Им выполнены также работы по теории диамагнетизма, термоэлектричества, эффекта Холла, теории электро- и магнитострикции, действия магнитного поля на электрический разряд в разреженных газах, теории капиллярных явлений и теплоемкости газов.

«Электромагнитное дитя в пеленках» (шарж К. Пржибрама)

Развивая идею Больцмана, Теплер построил прибор, позволяющий оптическим методом анализировать акустические явления. Свою теорию упругого последействия (как явления «памяти») Больцман пытался подтвердить опытами с крутильными колебаниями металлических стержней.

В 1874 г. Больцман опубликовал работу «К теории упругого последействия» [60, с. 275], в которой создал математический аппарат для описания открытого экспериментально явления «упругого последействия» (теперь называется вязкоупругостью или теорией линейной наследственности). Этот математический аппарат был усовершенствован Вито Вольтерра, который развил его до теории интегральных и интегродифференциальных уравнений, ставшей важным разделом математической физики.

Эта работа сделала Больцмана основоположником современной теории вязкоупругости или наследственной механики, механические приложения которой исключительно обширны (механика и механические свойства полимеров, металлов, бетона, горных пород и т. п.).

В работах, посвященных теории упругого последействия, Больцман рассмотрел зависимость упругой силы не только от мгновенной, но и от предшествующей деформации.

В книге [37], в предисловии, сказано: «Теория упругого последействия в твердых телах, предложенная Больцманом, получила значительное развитие в работах Вольтерра, который очень точно назвал ее наследственной теорией упругости... В течение долгого времени эта теория оставалась в роли полузабытого курьеза, которым мало кто интересовался... За последнюю четверть столетия положение радикально изменилось...» Вязкоупругости и наследственной механике посвящена огромная литература.

Выдающееся значение имеет обоснование Больцманом закона излучения, основы которого были заложены экспериментальными работами Дюлонга и Пти, проанализированными Стефаном [169]. В работе [66, с. 291 — 294] Больцман вывел закон Стефана, до того бывший грубым эмпирическим соотношением, встречавшим много противоречивых экспериментальных данных, из закона излучения Кирхгофа, основных законов термодинамики и закона о давлении излучения Максвелла, показав попутно, что он применим только к абсолютно черным телам. Лоренц назвал эту работу «жемчужиной теоретической физики» [132, с. 228]. В 1897 г. закон Стефана — Больцмана был окончательно подтвержден экспериментальными исследованиями Луммера и Прингсхейма [137, с. 395—410].

На пороге XX в. Рэлей, применив статистику Больцмана к собственным колебаниям электромагнитного поля, получил спектральное распределение излучения абсолютно черного тела. Однако формула Рэлея оказалась верна только для больших длин волн. Вскоре после этого Планк показал, что можно получить полное согласие с экспериментом, приписав энергетическим интервалам в статистике Больцмана конечное значение. Таким образом, в немалой степени из развития идей Больцмана родилась квантовая теория.

В 1885 г. Больцман был избран в Австрийскую академию наук.

Еще при жизни Больцмана за ним утвердилась слава великого ученого. Он был членом многих академий и ученых обществ [5], в том числе Российской академии. В Берлинскую академию наук он был избран в 1888 г. по представлению Бецольда, Гельмгольца, Кронекера, и Сименса [6].

---

[5] Больцман был членом академий в Геттингене, Вене, Берлине, Стокгольме, Упсале, Турине, Риме, Амстердаме, Петербурге, Нью-Йорке, Лондоне, Париже, Вашингтоне, Сент-Луисе и почетным доктором университета в Оксфорде.

[6] Вильгельм фон Бецольд (1837—1907) — метеоролог, с 1885 г. директор Прусского метеорологического института в Берли-

Приводим полностью текст представления Л. Больцмана в действительные члены Берлинской академии наук [156, с. 109].

Берлин, 8 февраля 1888 года

Господин Людвиг Больцман, родившийся в Вене в 1844 году, в настоящее время занимает пост профессора физики университета в Граце. Он приобрел известность главным образом своими работами в области математической физики, хотя наряду с ними он проводил разнообразные и очень удачные экспериментальные исследования для решения некоторых вопросов, встававших перед ним в ходе его математических изысканий.

Главным делом его жизни является кинетическая теория теплоты, точнее — кинетическая теория газов. В частности, он доказал, что закон распределения между атомами значений скоростей, который у Максвелла был всего лишь правильно угаданной гипотезой, должен быть необходимой формой конечного состояния, к которому приводят соударения молекул. В этих работах он продемонстрировал высокую степень абстрактного мышления и способность справляться с чрезвычайно трудными и запутанными проблемами. Кроме того, в течение ряда лет он был профессором чистой математики Венского университета. Наряду с этим он выполнил ряд более специальных работ: о законе дисперсии при круговой поляризации, о различных методах измерения диэлектрической постоянной — в том числе и для газов, об упругом последействии, о столкновении упругих цилиндров, о зависимости теплового излучения от температуры, о диссоциации газов, о законе электрических сил. Эти частные работы также показывают его неизменное стремление уяснить наиболее глубокие причины явлений, причем для каждого работающего в соответствующей области они представляются в высшей степени достойными внимания — даже в тех случаях, когда мы склонны по-другому истолковывать взаимосвязь имеющихся в наличии фактов.

Господин Больцман по праву считается самым выдающимся ученым среди специалистов в области математической физики, говорящих на немецком языке, которые с учетом их возраста могут рассматриваться в качестве возможных кандидатов для приглашения в Берлинский университет. По этой причине нижеподписавшиеся предлагают избрать его действительным членом Академии.

не. Герман Гельмгольц (1821—1894) — естествоиспытатель, член Берлинской академии наук с 1871 г. Профессор физиологии Кенигсбергского, Боннского, Гейдельбергского университетов. С 1871 по 1888 г. профессор физики Берлинского университета. С 1888 г. президент Физико-технического института. Леопольд Кронекер (1823—1891) — математик, профессор Берлинского университета и член Берлинской академии наук с 1861 г. Ему принадлежат работы по алгебре, теории чисел и теории групп. Эрнст Сименс (1816—1892) — электротехник, член Берлинской академии наук с 1874 г., основатель концернов «Сименс и Гальске», «Сименс и Шукерт» и др.

После того как господин фон Бецольд был избран на одну из освободившихся вакансий [7] по физике, две другие могли бы быть заняты обоими предлагаемыми физиками.

Нижеподписавшиеся предлагают далее, чтобы за счет освободившегося оклада Г. Кирхгофа были выделены 2700 марок г-ну А. Кундту [8] и 3000 марок г-ну Больцману в качестве экстраординарных академических окладов. Согласно сообщению тайного советника Альтхофа до того времени, когда освободится оклад Кирхгофа, выплату этих сумм указанным господам возьмет на себя вышестоящее королевское министерство.

Гельмгольц, Кронекер, Бецольд, Сименс

Подписавшиеся видоизменяют вышеизложенное предложение в отношении гарантируемого господину Больцману оклада в том смысле, чтобы этот оклад был установлен в 3600 марок, или, словами, три тысячи шестьсот марок.

Гельмгольц, Кронекер, Бецольд, Сименс

Членом-корреспондентом Российской академии наук Больцман избран 4 декабря 1899 г. по разряду физическому физико-математического отделения. Представление было сделано Борисом Борисовичем Голицыным (1862—1916) и Михаилом Александровичем Рыкачевым (1841—1919). За 11 лет, лежащие между этими двумя представлениями, имя и труды Больцмана стали столь известны во всем мире, что «характеристика» его стала в несколько раз короче [23].

Представление Л. Больцмана в члены-корреспонденты Российской академии наук.

В Физико-математическое отделение.

Имеем честь представить к избранию в члены-корреспонденты по физике действительного члена Венской академии наук и почетного члена Берлинской академии наук Людвига Больцмана.

Имя Больцмана пользуется в среде физиков такою громкою известностью, что вдаваться ближе в оценку его научных трудов представляется совершенно излишним. Напомним только о его известных трудах по электромагнитной теории света, по кинетической теории газов, по механической теории теплоты, по изучению свойств диэлектриков, по теории упругости и пр.

Кн. *Б. Голицын*,
М. Рыкачев
1 ноября 1899 г.

---

[7] Три вакансии освободились после смерти действительных членов Берлинской академии И. Х. Поггендорфа (1796—1877), Г. В. Дове (1803—1879) и П. Т. Рисса (1803—1883). Одна из этих вакансий была занята Ф. фон Бецольдом, избранным в 1886 г. по предложению Кирхгофа. На две другие вакансии Гельмгольц предложил избрать Больцмана и Кундта.

[8] Упомянутый здесь А. Кундт (1839—1894) — физик, изучавший стоячие звуковые волны в трубках, исследовавший аномальную дисперсию света в жидких и парообразных телах и металлах (магнитооптика).

Необычность творческой личности Больцмана, многогранность его интересов и присущее ему обаяние и юмор делали встречи с ним незабываемыми, а влияние его на мысли и сердца соприкасавшихся с ним людей непреходящим.

Вот что говорил замечательный ученый Х. А. Лоренц в своей речи, посвященной *Больцману*, в *1907 г.*: «...Навряд ли мне удастся, как я бы того хотел, наглядно изобразить Вам этого всесторонне одаренного, яркого и остроумного человека. Мне лишь несколько раз выпало счастье вступить с ним в личный контакт, и хотя незабываемо оказанное мне расположение, а также восхищение, которое я испытал во время беседы с ним, но все же я знакомился с Больцманом главным образом по его сочинениям. Правда, во многих из них он говорит с нами так, как, пожалуй, не говорил ни один физик, и весь свой образ мышления и восприятия он открывает нам в словах, делающих его еще более близким нашему сердцу» [6, с. 206].

Конечно, за тридцать лет, до 90-х годов XIX в., в течение которых Больцман занимался столь успешными исследованиями, в физике многое изменялось не только в смысле основной проблематики и уровня теоретических работ. Кончается XIX век, и «иных уж нет, а те далече».

В 1894 г. происходило нечто вроде смены караула в физике. Умерли Г. Герц и Г. Гельмгольц, Й. Лошмидт был в отставке и умер в следующем году, Й. Стефан умер год назад, старый Дюбуа-Реймон умер год спустя. Эти события были тяжелы для Больцмана: Стефан и Лошмидт были его близкими друзьями, и вместе с Гельмгольцем и Дюбуа-Реймоном они поддерживали его атомизм в физике. Больцман становился все более одиноким, уменьшался круг друзей, ослабевала поддержка его взглядов оставшимися еще в живых крупными учеными Германии и Австрии. Соответственно усиливался натиск антиатомистов — Маха, Оствальда, Гельма (1851—1923). Однако одновременно с этими тяжелыми как для физики, так и для Больцмана утратами 1894 год отмечен и значительными благоприятными событиями.

В этом году Больцман посетил Англию. Он был приятно поражен благоприятной реакцией на его атомистические взгляды и большим интересом к молекулярно-кинетической теории. В последние десятилетия

XIX в. и в начале XX в. неуклонно накапливается все новый экспериментальный материал о реальных молекулах, атомах, электронах. Атмосфера, которая царила в среде физиков в последние тридцать лет XIX в. в Англии, хорошо показана в книге Дж. Дж. Томсона (1856—1940) «Recollections and Reflections» [175].

Л. Больцман.
90-е годы XIX в.

Оснований для суждений об умирании физической атомистики и кинетической теории газа в начале XX в. никаких не было. В самом деле, с 1900 по 1906 г., как и ранее, преобладающее число химиков придерживалось атомистических взглядов; из ведущих физиков У. Томсон за эти шесть с небольшим лет опубликовал по вопросам атомного строения вещества и строения атома и кинетической теории шесть статей, Лоренц — четыре статьи, Планк — три (причем одну из них, о квантах энергии, очень сочувственно встретил Больцман), ряд статей опубликовал Э. Резерфорд и другие ученые, особенно после открытия *X*-лучей и радиоактивности. Интересно, что пока некоторые из философов и философствующих физиков продолжали отрицать само существование атомов, наука уже перешла к рассмотрению субатомных частиц, из которых построен атом. Резерфорд публикует в 1902 г. статью «Существование тел, меньших атома», в конце которой пишет, что существование электронов в настоящее время признано многими учеными: «Мне следует упомянуть только несколько из наиболее выдающихся ученых: Друде, Фогт, Рике (в Германии), Лоренц и Зееман (в Голландии), Пуанкаре и Беккерель (во Франции), Дж. Дж. Томсон, Шустер, Лодж и лорд Кельвин (в Англии), чтобы показать, что эта точка зрения поддерживается талантливейшими физиками» [38, с. 7—13].

В 1895 г. Лоренц заложил основы теории электронов, а Рентген открыл *X*-лучи, в 1896 г. Беккерель открыл радиоактивность, а Зееман — магнитооптический эффект, носящий его имя, в 1898 г. П. и М. Кюри открыли радий, в 1900 г. Планк сформулировал исходные положения квантовой теории, в 1902 г. Эйнштейн создал теорию относительности и ввел в физику идею световых квантов, Баркла заложил экспериментальные основы для развития рентгеновской спектроскопии, в 1896 и 1898 гг. увидели свет «Лекции по теории газов» Больцмана, а в 1902 г. появилась «Статистическая механика» Гиббса [13][9].

Для объяснения явлений парамагнетизма и особенно закона Кюри (магнитная восприимчивость диэлектрика обратно пропорциональна абсолютной температуре) Ланжевен распространил в 1905 г. на ориентацию элементарных магнитов закон распределения молекул в поле тяготения. Идея состояла в том, что налагаемое поле стремится ориентировать элементарные магниты в направлении поля, а тепловое движение стремится создать наибольший беспорядок в их ориентации [127, с. 13—17].

Дж. Бриан вспоминал: «В 1894 г. заседание Британской Ассоциации в Оксфорде со знаменательным

[9] Гиббс Джозайя Виллард (1839—1903) — великий современник Больцмана, разделяющий с ним честь создания статистической механики. Р. Милликен писал: «Гиббс живет потому, что, будучи глубоким, не имеющим себе равных ученым-аналитиком, он сделал для статистической механики и термодинамики то, что для небесной механики сделал Лаплас, а для электродинамики — Максвелл, а именно — он сделал свою область науки почти законченным теоретическим построением». Вся жизнь Гиббса (за исключением трех лет учебы в Европе) прошла в тихом городке Нью-Хейвен, за что его звали «йельский отшельник» (по Йельскому университету). С 1871 г. Гиббс работает «профессором математики без жалования на факультете философии и изящных искусств Йельского университета». Гиббс начал заниматься термодинамикой, и первые же его статьи (1872, 1873 гг.) содержали исключительно важные результаты.

Работы Гиббса сложны, они «математичны» и написаны очень сжато. А. Пуанкаре жаловался, что каждую строчку Гиббса приходится брать с боя. В 80-х годах прошлого века имя Гиббса приобрело мировую известность. Первым, кто отметил «весьма важный вклад в термодинамику... проф. Уилларда Гиббса», был Максвелл.

С 1879 г. Гиббс начал читать курс, основанный на «Трактате по электричеству и магнетизму» Максвелла; для этого курса он «между делом» преобразовал исчисление векторов, развитое как часть теории гиперкомплексных чисел, в современный векторный анализ.

Темой последних научных интересов Гиббса была статистическая механика; фундаментальный труд [13] был опубликован в 1902 г., за год до его смерти.

днем, посвященным кинетической теории, прошло одновременно с сообщением Рэлея и Рамзая об открытии аргона. Участие, которое принял Больцман в этих дискуссиях, запомнилось надолго» [76, с. 64—106].

Успех в Англии подтолкнул Больцмана попытаться провести подобное же обсуждение в Германии с его оппонентом, защитником «энергетики» Оствальдом. Больцман написал ему письмо с предложением провести такую дискуссию в Любеке на специальной научной конференции.

Что же собой представлял основной противник Больцмана?

Вильгельм Оствальд (1853—1932) родился в России, учился в Дерптском университете. Работал сначала в Рижском политехникуме, а с 1887 г. — в Лейпцигском университете. «Вильгельм Оствальд своей необъятной педагогической и научной деятельностью, своими удивительными литературными трудами и своим организаторским талантом в деле распространения физической химии сделал больше всех других» (Х. Вант-Гофф). За свои работы в области физической химии (катализ) Оствальд получил в 1909 г. Нобелевскую премию. Он принимал самое активное участие в создании нового раздела химии — физической химии, был основателем большой научной школы, предложил свою систему натурфилософии, занимался различными проблемами организации науки, проводил историко-научные исследования, разрабатывал теорию цвета, и везде чувствовались энтузиазм и увлеченность неукротимого темперамента.

Ничего Оствальд не делал наполовину, ничто, пожалуй, ему не было так органически чуждо, как равнодушие. Его жизнь была до краев насыщена творчеством и борьбой, которые в нем были неразрывно слиты. В 90-е годы XIX в. Оствальд основал в Лейпциге Физико-химический институт, открывшийся в 1898 г. и явившийся первым примером специализированного научно-исследовательского института.

В. И. Ленин говорил об Оствальде как об очень крупном химике и очень путаном философе [10].

Многогранность личности Оствальда видна хотя бы из следующих примеров. В 1886—1887 гг. Оствальд провел большую подготовительную работу по изданию нового журнала — «Журнала физической химии» («Zeit-

[10] *Ленин В. И.* Полн. собр. соч., т. 14, с. 260.

schrift für physikalische Chemie»), сыгравшего огромную роль в развитии современной физической химии. В 1889 г. Оствальд основал знаменитую, широко задуманную серию «Классики точных наук»[11] — «Klassiker der exacten Wissenschaften». В 1909 г. он, издав книгу «Великие люди»[12], положил начало серии книг под тем же названием. Он работал и над созданием международного искусственного языка. После выхода в отставку Оствальд занялся живописью, и в 1904 г. состоялась выставка его картин. С 1921 г. он издавал журнал «Цвет» («Die Farbe»).

С конца 90-х годов внимание Оствальда привлекают философские вопросы науки и общие проблемы философии (гносеология, онтология и методология), которые впоследствии начинают у него доминировать над конкретными научными исследованиями, превратившись на некоторое время в начале XX в. в главное дело его жизни.

В 1901 г. Оствальд выпустил книгу «Натурфилософия», в которой он изложил свое философское кредо, а с 1902 г. он начал издавать журнал «Анналы натурфилософии» («Annalen der Naturphylosophie»), оказавшийся, впрочем, весьма слабым.

В оживленных и даже ожесточенных дискуссиях Оствальда и других энергетиков с Больцманом и другими противниками «энергетизма» он допускал много математических и физических ошибок и ненужного пафоса.

Впрочем, личные научные заслуги Оствальда с лихвой компенсируют вредное, но быстро изжившее себя влияние его энергетики [39].

Предложение Больцмана о проведении дискуссии было Оствальдом принято, и дискуссия состоялась 16—20 сентября 1895 г. Основной диспут произошел 17 сентября между девятью и двенадцатью часами утра. А. Зоммерфельд вспоминал: «Гельм говорил об энергетике, за ним стоял В. Оствальд, а за обоими Э. Мах[13],

---

[11] В 1966 г. вышел 250-й выпуск, в котором опубликованы работы по химическому сродству самого основателя этой серии.

[12] В этой книге В. Оствальд пишет о Больцмане: это был «...человек, который всех нас превосходил в проницательности и ясности в своей науке».

[13] Мах Эрнст (1838—1916) — известный австрийский физик и философ, историк науки. Профессор университетов Граца, Праги, Вены. Его исследования, в основном экспериментальные, охватывают широкий круг физических и биофизических

который отсутствовал. Оппонентом был Больцман, секундантом его — Ф. Клейн (1849—1925). Борьба между Больцманом и Оствальдом напоминала внутренне и внешне борьбу быка и ловкого тореадора. Однако на этот раз бык побеждал тореро, несмотря на все его искусство фехтования. Аргументация Больцмана одерживала победу. Мы, более молодые математики, были все на стороне Больцмана. Нам было сразу очевидно, что из одного уравнения энергии невозможно получить уравнения движения даже одной материальной точки, не говоря уже об уравнениях движения системы произвольного числа степеней свободы» [6, с. 147].

Для настоящих физиков, причем ведущих, даже в Германии и Австрии (в Англии и Франции такая дискуссия показалась бы смешной) победа Больцмана над энергетиками была чем-то само собой разумеющимся. Так, Планк пишет: «...то, что в борьбе против Оствальда и энергетиков в конце концов победил Больцман, для меня было... само собой разумеющимся фактом. При этом я смог установить один, по моему мнению, замечательный факт. Обычно новые научные истины побеждают не так, что их противников убеждают и они признают свою неправоту, а большей частью так, что противники эти постепенно вымирают, а подрастающее поколение усваивает истину сразу» [33, с. 656—657].

Архивные документы позволяют увидеть реакцию некоторых крупных ученых на выступление Оствальда

явлений. Он изучал движения, ускорения, изменение ориентации человеческого тела, проводил эксперименты с сетчаткой глаза, изучал функции органов слуха. Им выполнено много экспериментов в области оптики (рефракция, интерференция, поляризация) и пространственного ви́дения. В 1887 г. он опубликовал работу, посвященную ударным волнам и сверхзвуковым явлениям; в этой работе Мах получил формулу $\sin\alpha=v/\omega$, где α — угол, образуемый фронтом ударной волны с направлением движения снаряда, v — скорость звука в среде, ω — скорость снаряда. Угол α называют углом Маха, а отношение ω/v, играющее фундаментальную роль в аэродинамике,— числом Маха.

Мах много занимался историей физических наук и философией науки. Он посвятил ряд монографий анализу научных теорий, особенно в области физики. Он один из основателей эмпириокритицизма (махизма) (см. *Ленин В. И.* Материализм и эмпириокритицизм.— Полн. собр. соч., т. 14), долгое время был наряду с В. Оствальдом вождем антиатомистов. Его гносеологические взгляды (в частности, так называемый «принцип экономии мышления»!?) в корне противоречили позиции Больцмана.

против атомизма. Сванте Аррениус в письме к Тамману от 1 октября 1895 г. писал: «12 сентября я и Бредиг поехали в Любек, где Абегг и Нернст поселились вместе со мной и Бредигом. Я очень доволен впечатлениями от поездки. Там я встретил Оствальда, Больцмана, Видемана, Бекмана и других, с которыми мы о многом переговорили. Об официальных разговорах ты, конечно, знаешь из газет; но неофициальные, пожалуй, важнее. Я хочу упомянуть о том, что при дебатах об энергетике Оствальд и Гельм во всяком случае были значительно слабее своих противников. Больцман блестяще защищал дело кинетиков; Нернст, Видеман и др. от времени до времени вносили кое-что от себя. Оствальд был в конце дискуссии обессилен, а Гельм говорил о том, что его заманили в засаду, и потом уже больше не высказывался...» [39].

В 1892 г. Аррениус писал В. Оствальду: «...Энергетика никуда не годится для экспериментальных работ, она имеет очень мало отношения к физической химии».

30 декабря 1895 г. Нернст писал Аррениусу: «Как тебе нравится, что Оствальд пичкает нас, бедных читателей «Zeitschrift'a», своей любекской стряпней?» [39, с. 213–215].

В 1896 г. в «Журнале Русского физико-химического общества» появился реферат упомянутого доклада Оствальда со следующим примечанием редакции: «Редакция позволяет себе обратить внимание читателей на статью Больцмана (Wied. Ann., 1896, Bd. 57, S. 35), в которой содержится обстоятельная критика энергетического учения Оствальда. Вряд ли такое учение может принести пользу для развития науки» [14]. В 1903 г. русский физикохимик П. Д. Хрущев писал из-за границы Н. А. Умову: «...я прослушал блестящую лекцию Больцмана из курса натурфилософии, который он читал при битком набитой аудитории. На лекции было не менее 350 человек, несмотря на то что это была уже вторая лекция...» [15].

В этой связи хотелось бы сделать замечание о взаимном влиянии среды, в которой жил и творил Больцман, на него и о его влиянии на эту среду, понимая ее в самом широком смысле слова как все то, что лежит вне творческого научного процесса, но связано с ним.

---

[14] Журн. Рус. физ.-хим. об-ва, 1896, т. 27, вып. 9, с. 70—71.
[15] Архив АН СССР. Ленинград, ф. 320, оп. 2, № 155, с. 7.

Влияние среды на процесс научного творчества того или иного ученого сложно, многогранно и индивидуально. Мы здесь имеем в виду не только влияние мировоззрения и настроения духа ближайшей и близкой социальной общности как в момент творческого процесса, так и во временно́й развертке (традиции, выжившие из прошлого) предшествования, но и психологические, и общественные, и экономические факторы. Влияние это различно проявляется в различных науках. Так, оно слабее всего в математике (где решающую роль играет логический фактор саморазвития науки), сильнее в формировании физического знания и т. д. Различно оно также и на различных стадиях конкретного творческого процесса (направление или выбор темы, выбор модели и исходной гипотезы, выбор метода исследования, в частности математического, выбор метода проверки построенной научной структуры — внутренняя непротиворечивость, согласие с независимыми экспериментами). Так как развитие науки, в частности физики, с большим основанием уподобляют ветвистому дереву, то влияние факторов среды на его рост и ветвление зависит как от характера самой среды, так и от характера индивидуально растущей на общем стволе ветви и от момента, в который это влияние «срабатывает». Кроме того, влияние среды на разные науки принципиально и существенно различно в зависимости от эпохи (этапа) развития науки. Так, например, религиозные социнианские взгляды Ньютона XVII в. сыграли огромную роль в методе разработки его физической картины мира; теологические и философские взгляды Гамильтона XIX в. никак не сказались на его непреходящих по значению исследованиях (а там, где явно сказались,— «Алгебра как наука о чистом времени»,— не дали ничего нового); различие философских взглядов Пуанкаре и Андронова нельзя усмотреть в их исследованиях по качественной теории дифференциальных уравнений и нелинейных колебаний.

На Больцмана влияние среды сказывалось трояко на фоне логического развития молекулярно-кинетической, вероятностной концепции в ряду Клаузиус — Максвелл — Больцман. Во-первых, в острой негативной реакции на философию Маха — Оствальда (по существу усилившей стремление Больцмана довести построение статистической механики до наивозможной обоснованности, во-вторых, в активном (что очень важно) приятии эволюционной теории Дарвина и, наконец, в-третьих, в стремлении вовлечь эту среду внутрь научных знаний и тем расширить и обогатить всечеловеческое и всеземное значение физики (лекции Больцмана для широкой аудитории, его статьи в «Populäre Schriften»).

Больцман придавал этим лекциям особое значение, так как они позволяли рисовать картину целостного научного познания мира. Он говорит: «Следствием ...необычайного и быстро увеличивающегося объема наших ...познаний явилось разделение труда ученых, доходящее до мельчайших деталей и уже почти напоминающее разделение труда рабочих в современном промышленном предприятии, где один человек занят только отмериванием, другой — отрезанием, а третий — припайкой угольных нитей и т. д. Разумеется, подобное разделение труда колоссально стимулирует прогресс науки, более того — является для него просто необходимым, однако столь же бесспорно, что оно заключает в себе и большую опасность. При этом теряется общий взгляд на целое, который необходим для любой интеллектуальной деятельности, направленной на открытие существенно нового, хотя бы только существенно новых связей между старыми мыслями. Чтобы по возможности противостоять этому злу, представляется полезным, если время от времени кто-либо из занимающихся этой научной детализированной работой будет выступать перед обширной, достаточно подготовленной аудиторией с обзором развития той отрасли науки, которой он занимается» [4, с. 350].

Рассмотренная выше дискуссия в Любеке имела далеко идущие последствия. В течение шести недель Больцман представил статью с детальной критикой энергетики Гельма и Оствальда, в которой указал на их ошибки и неправильные выводы в динамике и теории теплоты, на их математические ошибки, несовместимые положения, амбициозные утверждения о неприменимости функции энтропии к проблеме излучения энергии. Он также критиковал их упрощенные ad hoc утверждения о том, что энергетика является панацеей для всех современных проблем науки.

Гельм и Оствальд быстро ответили статьей в защиту энергетики, а Мах поспешил с публикацией (1896 г.) своей книги по термодинамике, где, проводя свои феноменологические взгляды, все же высказывался более осторожно, чем Оствальд [58]. Многие молодые последователи «моды» поддерживали энергетический и/или феноменологический подход к термодинамике, однако более вдумчивые физики, например такой замечательный ученый, как Р. Милликен, были другого мнения: «Глубокая и разрушительная атака на „энергетическую" школу Оствальда, произведенная выдающимися немецкими физиками Планком и Больцманом, опубликованная в „Annalen der Physik" весной 1896 г. ... показала явные ошибки в аргументации Оствальда, сделанные им в его „Allgemeine Chemie"; на это Оствальд ответил в следующем выпуске „Annalen" вполне обезоруживающе, что „его друзья Планк и Больцман указали на его некоторые ошибки, однако он сам знает и о других, которые они не открыли"» [151, с. 21].

Окрыленный победой в этой дискуссии с Оствальдом, Больцман выступил с двумя блестящими статьями против философского феноменализма Маха и отрицания им атомной теории и существования атомов (см. «О неизбежности атомистики в естественных науках» (1897) и «Еще раз об атомистике» (1897) [63]).

Работами Эйнштейна и Смолуховского, подтвержденными экспериментами многих ученых (Зидентопф [11], Гуи, Вестгрен, Сведберг и особенно Перрен и его сотрудники [30]), завершилась эра, в течение которой атомы еще могли хоть с каким-то, пусть недостаточным, основанием считаться гипотетическими сущностями. Вместе с тем началась, выражаясь современным языком, безоговорочная капитуляция энергетиков и антиатомистов.

Стефан Мейер, ассистент Людвига Больцмана, который позднее в течение ряда лет был директором Венского института по исследованию радия, рассказывал, что, когда кто-нибудь из атомистов, которые в то время в Вене считали Больцмана своим вождем, говорил об атомах, Э. Мах обычно прерывал его вопросом: «А вы видели хоть один атом?» Подобные эпизоды происходили в 90-х годах XIX в.

В 1911 г. С. Мейер в статье, помещенной в сборнике в честь 40-летнего юбилея Венского института по исследованию радия, писал: «Одним из самых волнующих воспоминаний останется для меня тот случай, когда Мах после демонстрации спинтарископа вместо привычных незначительных упрямых возражений скромно заявил: „Теперь я верю в существование атомов"».

В 1908 г. Оствальд писал: «Изолирование и подсчет числа ионов в газе... а также совпадение законов броуновского движения с требованиями кинетической теории... дают теперь право самому осторожному ученому говорить об экспериментальном подтверждении атомистической теории вещества... Тем самым атомистическая гипотеза поднята на уровень научно обоснованной теории» [28, с. VII].

Попытки спасти «честь мундира» кажутся жалкими. В 1921 г. Оствальд писал, довольно сильно извращая подлинную картину своих взглядов конца XIX — начала XX в.: «Мое возражение было, следовательно, не против реального существования атомов и молекул, которые обеими сторонами (т. е. им и Больцманом. — *Л. П.*) рассматривались как гипотетические, а против научной полезности гипотез» [154, с. 17]. Поражение все равно осталось поражением.

Антиатомисты ушли в далекое историческое прошлое, и сейчас нам уже трудно понять саму возможность их позиции. А что касается их философских взглядов, то их последователям пришлось переходить к всевозможным вариациям: неомахизму, логическому позитивизму и т. п., столь же мало удачным.

Важно другое: именно здесь изменилось или, вернее говоря, начало быстро изменяться наше понимание таких понятий, как «наглядность», «наблюдаемость», «воспринимаемость», «определимость» в физическом эксперименте и теории, трансформация которых постепенно происходила уже и ранее с возникновением теории поля.

Появление в 1896 и 1898 гг. книги Больцмана «Лекции по теории газов» [5], в которой как бы подводился итог его тридцатилетним исследованиям по молекулярно-кинетической теории газов, весьма способствовало более широкому распространению его фундаментальных идей и научных результатов. Книга Больцмана в основной своей части, в которой излагается кинетическая теория, отличается глубиной, ясностью и доступной в то время степенью законченности и прозрачности изложения. Она переведена на английский, французский и русский языки.

В первой части изложена молекулярно-кинетическая теория газа и теория явлений переноса, во второй — теория реальных газов, уравнение Ван-дер-Ваальса, диссоциация.

После возвращения из поездки в Калифорнию (шарж К. Пржибрама)

Больцман не предполагал рассмотреть во второй части «Лекций по теории газов» наиболее трудные и тонкие вопросы своей теории, но события заставили его изменить свои намерения. В августе 1898 г. в предисловии ко второй части он говорит о том, что с 1896 г. нападки на теорию газов начали возрастать. Не очень ясно, что Больцман имел в виду: энергетики продолжали писать «философские» статьи и ошибочные научные статьи после их поражения в Любеке; в 1896—1898 гг. имела место дискуссия с Цермело и Пуанкаре, в 1897 г. была опубликована книга Планка по термодинамике [157], в предисловии к которой он говорит о кажущихся непреодолимыми препятствиях на пути дальнейшего прогресса кинетической теории.

Больцман воспринял эти нападки весьма эмоционально. Поэтому он решил добавить к обсуждению теории Ван-дер-Ваальса, многоатомных газов и диссоциации приложение, в котором рассматриваются «наиболее трудные и наиболее подверженные непониманию» вопросы, связанные с дискуссией с Цермело и другими авторами.

В последней работе [64, с. 494–557] Больцмана (совместно с Наблом) основные вопросы статистической механики затронуты весьма кратко и изложение проблем не добавляет ничего нового к уже ранее высказанному им.

В своем очерке «Поездка одного немецкого профессора в Эльдорадо» Больцман пишет, что он обещал Ф. Клейну, редактировавшему четвертый том «Математической энциклопедии» («Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften»), посвященный механике, написать очерк основ статистической механики. Это обещание Клейн выпудил у Больцмана, пригрозив ему тем, что в случае его отказа обратится с просьбой написать эту статью к Цермело. Статья не была написана из-за смерти Больцмана.

Ф. Клейн поручил написать очерк на эту тему П. и Т. Эренфестам. Вероятно, Больцману понравилась бы статья, очень близкая ему по духу и оптимистическому характеру и в то же время оригинальная и логически ясная.

1904 год был удачным для Больцмана. Его шестидесятилетие было отмечено очень широко как австрийскими учеными, так и представителями мировой науки. В день его шестидесятилетия студенты, заполнившие лекционную аудиторию, стоя приветствовали любимого профессора, когда П. Эренфест обратился к нему с кратким поздравлением.

Вскоре сын и дочь Больцмана получили докторскую степень в один и тот же день в Вене. В этом же году на Мировой выставке в Сент-Луисе он опять успешно защищал атомизм вместе с Х. Вант-Гоффом (1852—1911) против Оствальда.

Юбилейный сборник в честь шестидесятилетия со дня рождения Больцмана (под редакцией С. Мейера) вышел в свет в 1904 г., в нем были представлены все основные направления физики начала XX в.

В сборнике [98] объемом 930 с. было опубликовано 117 статей 125 ученых. Из этих статей 21 посвящена вопросам, близким научным интересам Больцмана: молекулярно-кинетической теории газов и учению о теплоте. В сборнике представлены ученые следующих стран: Австрия — 31, Германия — 46, Англия — 9, Франция — 7, Россия — 5, США — 5, Италия — 5, Голландия — 5, Швеция — 4, Бельгия — 2, Норвегия — 1, Япония — 1. В числе ученых, представивших свои статьи для сборника в честь шестидесятилетия Больцмана: П. Дюгем, О. Хвольсон, Х. Кайзер, Н. Шиллер, М. Абрагам, М. Планк, Г. Фреге, В. Вин, Х. Вант-Гофф, Я. Д. Ван-дер-Ваальс, К. Нейман, С. Бэрбери, Дж. Бриан, А. Шустер, Дж. Лармор, Ф. Экснер, К. Экснер, М. Смолуховский, Ф. Хазенорль, Х. Лоренц, А. Зоммерфельд, С. Аррениус, В. Нернст, Х. Нагаока, Э. Мах, Г. Ми, В. Сюзерланд, И. Штарк, Д. Гольдгаммер, Ф. Бьеркнесс и другие. В предисловии к сборнику сказано, что в мае 1903 г. представители физики в австрийских университетах и высших школах обратились с письмом к австрийским и иностранным ученым с призывом представить статьи для этого сборника. В числе этих представителей австрийской физики А. Эттингсхаузен, Ф. Экснер, К. Экснер, Ф. Хазенорль, Е. Лехер, Э. Мах, С. Мейер, М. Смолуховский и другие, всего 37 человек. Как сказано в предисловии, статей оказалось так много, что редакция и издательство, чтобы не выпускать том необычных размеров, вынуждены были ограничить объем отдельных статей. Хотя в силу этого, как сказано в предисловии, многие прекрасные исследования, к сожалению, не нашли места в сборнике, однако сам факт такого отклика заслуживает быть отмеченным с глубоким удовлетворением.

Вряд ли нужно еще какое-либо подтверждение широкой известности работ Больцмана в начале XX в. и глубокого уважения к ним и к нему самому в широких кругах ученых-физиков различных стран и континентов.

Обычно период конца XIX — начала XX в. (первые 10—12 лет) характеризуется как время революции в физике, когда возникла новая электронная, квантовая и релятивистская физика. Это время коренных изменений физической картины мира, создания удивительных для классической физики концепций, понятий, математических теорий. Современникам, как это часто бывает, трудно оценить масштабы, значимость и эвристическую ценность нового в процессе его формирования и утверждения. Поэтому неудивительно, что и Больцман, апогей творческого раскрытия которого пришелся на 70—90-е годы XIX в., не все понял в возникавшей на его глазах неклассической физике.

Согласно сообщению лауреата Нобелевской премии Л. Мейтнер он не упоминал ни о квантовой теории Планка (1900), ни об эйнштейновском объяснении фотоэффекта и броуновском движении (1905—1906) в своих лекциях в Венском университете.

В работах Больцмана радиоактивность упоминается лишь случайно, а квантовая теория и специальная теория относительности не упоминаются вовсе, хотя он знал о них (1896, 1900), а с последней мог ознакомиться (1906).

Он мог бы пройти мимо принципиально нового, создающего эпоху этапа в развитии физики, как когда-то проконсул Ахеи Галлиен, один из культурнейших людей своего времени, столкнувшись лицом к лицу с апостолом Павлом, не понял, что перед ним провозвестник нового мировоззрения, христианства, которое более чем на тысячелетие определит развитие умственной и не только умственной жизни Европы. Но этого не случилось с Больцманом — его проницательный взгляд проник глубоко в суть происходящего в физике. Он понял, что с электронной теорией пришло принципиально новое, изменяющее *все главное* в физической теории взаимоотношения и взаимосвязи явлений микрокосмоса и макрокосмоса. В 1904 г. он специально отметил это событие, в котором предчувствовал не только возможность немеханического объяснения явлений природы, но и доказательство того, что путь к такому объяснению состоит в изучении законов микрокосмоса.

Какова же, по мнению Больцмана, перспектива развития физической науки?

«Если говорить о грядущих столетиях или тысячелетиях, то я охотно соглашусь с тем, что было бы смело надеяться, что современная механическая картина сохранится навеки — даже лишь в своих существеннейших чертах.

Поэтому я очень далек от того, чтобы недооценивать попытки отыскать всеобщие уравнения, частными случаями которых являются механические уравнения... Я хочу только противодействовать легкомыслию, которое объявляет старую механическую картину мира преодоленной точкой зрения, не дождавшись, пока в деталях будет выработана иная... легкомыслию, которое даже не представляет себе трудностей создания новой картины мира.

Изложенное выше я написал приблизительно семь лет назад. Заключительный абзац представляет, следовательно, требование, выставленное мною семь лет назад (таков возраст рукописи настоящей книги). Я преднамеренно опубликовал все это без изменений. То, чего я ожидал через столетия или даже тысячелетия, наполовину свершилось в течение семи лет.

Но луч надежды на немеханическое объяснение природы исходил не от энергетики, не от феноменологии, а от атомной теории, фантастические гипотезы которой так же превосходят старую атомную теорию, как ее элементарные образы по своей малости превосходят старые атомы. Излишне говорить о том, что я имею в виду современную электронную теорию. Она, конечно, не стремится объяснить понятие массы и силы, закон инерции из простейшего, легко понимаемого; ее простейшие, основные понятия и законы, наверно, останутся такими же необъяснимыми, как законы механики для механической картины мира. Но преимущество возможности вывести всю механику из других представлений, все равно необходимых для объяснения электромагнетизма, было бы так же велико, как и обратное — механическое объяснение явлений электромагнетизма. Пусть эта первая возможность осуществится, и исполнится мое требование, выдвинутое семь лет назад» [61].

Для того чтобы получить представление о масштабе творческих исканий Больцмана в области теоретической и экспериментальной физики, теории познания, в общих методологических вопросах физических наук, приводим справку о количестве его работ (конечно, она дает только приблизительную, грубую картину, так как и статьи объемом в 100 страниц, и статьи в две-три страницы, работы преходящие и основополагающие имеют в ней одинаковый вес).

Термодинамика	8	Учение об электричестве	1
Общие механические аналогии второго начала	8	Механика	1
Кинетическая теория газа	34	Различные статьи, относящиеся к вопросам кинетической теории газов	13
Удельная теплоемкость	4	Тепловое излучение	5
Трение, вязкость	5	Об энергетике	4
Диффузия	2	Различные главы физики	8
Уравнение состояния и диссоциация	7	Математика	4
Определение диэлектрической постоянной	7	Теория познания	11
О теории Максвелла	5	Памятные речи	4
Эффект Холла, термоэлектричество и близкие вопросы	6	Популярные доклады	6

В 1904 г. исполнилось сто лет со дня смерти И. Канта. Больцман в связи с этим еще раз разбил Оствальда — на этот раз по вопросу о «психической энергии». Осенью 1904 г. Оствальд выступил в Венском философском обществе с лекцией, названной им «Энергетическая теория счастья». Он доказывал, что счастливая жизнь зависит от преобладания хорошо использованной психической энергии над плохо использованной и что количество счастья выражается формулой

$$E^2-W^2=(E+W)\ (E-W),$$

где E — энергия, затраченная целесообразно, успешно (т. е. экономично), а W — энергия, затраченная неохотно, без желания (т. е. неэкономично), причем он, естественно, не мог показать, как заметил Больцман, что формула вида $E^n - W^n$ или другие хуже согласуется с опытом.

Статья, в которой Больцман изложил свои возражения, появилась на свет до того, как Оствальд опубликовал свою речь. Больцман осмеивал в ней то, что Оствальд применял математику: «То, что рядом с разностью $E-W$ стоит сумма $E+W$, которая также вносит свой вклад в счастье, есть убеждение любящего действие западного европейца. Буддист, идеал которого умерщвление воли, написал бы, может быть, $(E-W)/(E+W)$» [63, с. 371].

Широк был круг интересов Больцмана: теоретическая и экспериментальная физика, космология, математика, этика, философия. Вот уж о ком не скажешь словами Козьмы Пруткова: «Специалист подобен флюсу — полнота его односторонняя». Или, следуя Бернарду Шоу: «Специалист знает все больше о все более узком круге вопросов и в конце концов знает все ни о чем». В основе творческих успехов Больцмана заложено расширение и обогащение физической картины мира введением в нее наряду с классическим детерминизмом вероятностной концепции, применимой к явлениям неорганического мира, жизни, человека, общества.

Поэтому читатель не должен удивляться тому, что в последующих главах основное внимание мы уделим молекулярно-кинетической теории и статистической механике. Другие наиболее интересные работы (теоретические и экспериментальные) Больцмана были уже кратко охарактеризованы (коэффициент преломления и диэлектрическая постоянная, термоэлектричество, эффект Холла, оптические методы анализа акустических колебаний, вязкоупругость, принципы ньютоновой механики и др.), так как не они определяют его «право на бессмертие».

Глава 3

Как возникла молекулярно-кинетическая теория газа

Историю развития философской атомистики, восходящую к Левкиппу, Демокриту, Эпикуру, Лукрецию, мы не будем рассматривать, хотя разнообразные философские и натурфилософские работы, ставшие известными до XIX в., не могли не оказать большого влияния на формирование общих атомистических предпосылок конкретных физических теорий, в первую очередь на молекулярно-кинетическую теорию газа (или, в более общем виде, вещества) [1].

Предыстория любой области физики характеризуется обычно богатством идей, не нашедших должного математического оформления и экспериментального обоснования, слабой эвристической ценностью работ, а также отсутствием преемственности, так сказать, зацепляющейся последовательности научных работ, растущих как количественно, так и вширь и вглубь. Все это относится и к предыстории молекулярно-кинетической теории газа.

Под кинетической теорией газов мы понимаем математический вывод свойств газа, исходя из гипотезы о том, что газ состоит из большого числа малых частиц, находящихся в состоянии очень быстрого движения, причем понятие «очень быстрое» уточняется в ходе исследования проблемы. Первым шагом этой теории исторически был вывод закона идеального газа $pV \sim T$ (обозначения общепринятые). Согласно кинетической теории газа его упругость, давление на стенки сосуда, в котором он содержится, при не слишком высоких давлениях (значение которых подлежит определению исходя из согласования теории и эксперимента) обусловлено движением молекул (атомов), а не их взаимным отталкиванием или какими-нибудь иными силами их взаимодействия. В теории устанавливается $pV \sim \overline{v^2}$ ($\overline{v}^2$ — средний квадрат скорости молекул) при допущении, что их размерами и взаимодействием можно пре-

[1] Читателей, интересующихся развитием философской и натурфилософской атомистики, отсылаем к книгам: *Harig G.* Klassische und moderne Atomistik.— NTM. Leipzig: Teubner, 1967, H. 9, S. 1—23; *Зубов В. П.* Развитие атомистических представлений до начала XIX века. М.: Наука, 1965.

небречь. Далее отождествляют с помощью более или менее убедительных аргументов $\overline{v^2}$ с T.

Кинетическую теорию газов можно рассматривать как соединительное звено между атомной теорией вещества и теорией взаимопревращения тепла и механической энергии (термодинамика). Хотя ранее многие философы утверждали, что теплота есть просто движение атомов, а не некий «флюид», их теории не содержали ни экспериментальных доказательств, ни математических выводов газовых законов из этой предпосылки. Особенно препятствовала ученым того времени привычная идея о том, что атомы взвешены в «эфире», что приводило к чрезмерно и ненужно сложной картине их движения. Для физиков XIX в. задача облегчалась тем, что «эфир» физических теорий становился все более и более «тонким» и практически мог уже почти не влиять на движение атомов.

Первым, кто пытался дать математическую формулировку кинетической теории, был Эйлер (1727). Его теория была основана на «вращении вихрей в эфире», а давление определялось разностью плотностей молекул и эфира. Численные подсчеты по экспериментальным данным Бойля не привели к разумным значениям плотности молекул. Однако Эйлер вывел, что упругость газа пропорциональна квадрату линейной скорости.

Доказательство того, что давление газа обратно пропорционально его объему при постоянной температуре, впервые дано Д. Бернулли в 1738 г. [1]. Он также пытался учесть эффект конечного размера частиц, но его аргументация некорректна, так как он полагал, что объем газа V должен быть заменен эффективным объемом $V-b$, где b — объем, занятый самими частицами. Однако, как показано позднее, если $b \ll V$ (случай, рассматриваемый Д. Бернулли), то b равно четырем объемам частиц.

Последовательные поколения Бернулли сохранили традиции занятий математической физикой; например, в 1912 г. Леонард Бернулли (1879—1939) читал в Базеле лекции по кинетической теории материи.

Кинетическая теория в некоторой мере еще жила в сочинениях М. В. Ломоносова (1711—1765), Ж. де Люка (1727—1817) и К. Лесажа (1724—1803) в Женеве. Однако очень мало было сделано, чтобы обеспечить математическое развитие теории или убедить большинство ученых в ее ценности.

Атомно-кинетические взгляды на строение вещества, физический смысл давления газа и уравнения состояния рассмотрены кратко в двух статьях М. В. Ломоносова [24], которые, к сожалению, остались неизвестными физикам середины XIX в., когда молекулярно-кинетическая теория газа заново создавалась как математически разработанная физическая теория.

Лесаж в свою очередь указывает ряд авторов, у которых уже до него были аналогичные идеи. «Следы подобного воззрения на природу воздуха (т. е. газа. — *Л. П.*) и даже некоторых других жидкостей встречаются у различных авторов, которые предшествовали мне: Лукреций Кар „О природе вещей", кн. II, стихи 112—141; П. Гассенди в первой части своей физики, середина 8-й главы 4-й книги и начало 4-й главы 6-й книги; Бойль в своих „Новых физико-математических опытах над упругой силой воздуха и их результатах", равно как и в его „Трактате о жидком и твердом состоянии", Пиран в „Истории Парижской академии наук" за 1708 г.... „Форономия" Эрмана, книга 2-я, гл. 6, Д. Бернулли в 10-й части своей „Гидродинамики"» [83, с. 253].

В 1824 г. ставшая знаменитой впоследствии работа С. Карно (1796—1824) была не замечена во Франции, и только Клапейрон — товарищ Сади Карно по Политехнической школе — опубликовал статью, связанную с ней. Однако уже в это время стали появляться работы по молекулярно-кинетической теории газа.

Первое место здесь, несомненно, принадлежит английскому ученому Дж. Герапату [108].

Дж. Герапат (J. Herapath, 1790—1868) в 1820 г. представил в Лондонское королевское общество (Royal Society) манускрипт «Математическое исследование газов, законов и основных явлений тепла, газов, гравитации и т. д.».

Г. Дэви отвергает этот мемуар для «Philosophical Transactions». Тогда Герапат опубликовал его в 1821 г. в «Annals of Philosophy». Попытки Герапата популяризировать свою теорию не увенчались успехом.

Джоуль был под прямым влиянием работ Герапата (в частности, его книги «Mathematical Physics» [109]), но его статьи тоже не привлекли к себе внимания.

Требовалось установить: 1) идею, что тепло есть молекулярное движение и только оно, 2) что молекулы двигаются свободно в пространстве в газах, а не колеблются около фиксированных положений.

Герапат послал в июне 1821 г. свою работу Лапласу, который в сентябре 1821 г. доложил ее Парижской академии наук.

Герапат был первым, кто показал, что кинетическая теория может дать простое объяснение многим явлениям, как, например, изменение состояния, диффузия, распространение звука. Его объяснения этих явлений не всегда правильны, но всегда оригинальны. Последующие авторы по большей части упоминают его как основателя теории, но не рассматривают конкретного вклада Герапата в нее. Его теория основывалась на следующих постулатах: 1) материя состоит из твердых (а не упругих) атомов; 2) твердые и жидкие тела состоят из этих атомов, которые могут быть различны по размерам и форме; 3) газы состоят из атомов, свободно движущихся; 4) тепло растет благодаря интенсивному движению атомов и пропорционально их импульсу (т. е. v, а не v^2); 5) газ очень высокого разрежения заполняет все пространство и распространяется до предельных границ (этот постулат нужен Герапату для объяснения тяготения).

Джон Джеймс Уотерстон (J. Waterston, 1811—1883) разрабатывал кинетическую теорию газов и некоторые ее приложения, но за свою долгую по тем временам жизнь не получил признания. Только десять лет спустя после его смерти лорд Рэлей в 1891 г. нашел в архиве и опубликовал в 1893 г. со своими замечаниями статью Уотерстона [181, с. 5], представленную в Royal Society в декабре 1845 г., доложенную в марте 1846 г. (краткое содержание напечатано в «Proceedings» [180]); публикацию статьи в полном виде Royal Society отклонило. Конечно, опубликование ее в 1893 г. могло иметь значение, строго говоря, только для подтверждения того факта, что в 40—50-х годах XIX в. идеи кинетической теории газов, как принято говорить, носились в воздухе. В этом смысле Уотерстон предстает перед нами как трагическая фигура.

Уотерстон, так же как Герапат, основной целью своих работ по кинетической теории газов считал объяснение тяготения без ньютоновского дальнодействия. Что же сделано им? Он исследовал глубже, чем Герапат, влияние расширения и сжатия системы молекул на ее живую силу, рассмотрел теорию удельной теплоемкости, впервые установил закон распределения энергии между молекулами различного веса в смеси и, что самое важное, он впервые в явном виде отождествил абсолютную температуру газа с квадратом скорости его молекул, хотя и подчеркнул, что это отождествление основано лишь на аналогии между поведением реального газа и идеальной системы упругих шаров.

Не удивительно, что два исследователя: экспериментатор Джоуль и теоретик Клаузиус, создавшие основы термодинамики, независимо пришли к кинетической теории газа. Джоуль отметил, что основы его теории были даны ранее Герапатом; Клаузиус утверждал, что он разработал основную идею кинетической теории сам, но не публиковал свои результаты до тех пор, пока не появилась статья Крёнига. Однако некоторые из их коллег не хотели принять за основу теории тот частный вид движения атомов, который Джоуль и Клаузиус (живая сила поступательного движения упругих шаров) считали определяющим теплоту. Ранкин, Гельмгольц, У. Томсон предпочитали вихревую теорию атома, в которой основную роль играло вращательное движение и которая казалась им обоснованной гидродинамически [176, с. 15].

Джоуль, после того как он установил экспериментально эквивалентность тепла и механической работы, возродил в 1848 г. теорию Герапата и использовал ее для вычисления скорости молекулы водорода и удельных теплоемкостей нескольких газов. Работа Джоуля была доложена на заседании Манчестерского литературного и философского общества 3 октября 1848 г. и опубликована в его «Memoires» в ноябре 1851 г. (перепечатана в «Philos. Mag.», 1857, vol. 14, ser. A, p. 211, после того, как Клаузиус выразил недовольство тем, что он не был в состоянии получить копию этой статьи, и сказал: «Достойно сожаления, что Джоуль не опубликовал свой мемуар в более широко распространенном журнале»).

Джоуль считал, что теплота, возможно, есть живая сила вращательного движения согласно предположению Г. Дэви [86, с. 95], но полагал, что теория Герапата проще. Джоуль не дал никаких доказательств этому, но произвел ряд вычислений, исходя из представления о живой силе поступательного движения.

Август Карл Крёниг (A. Krönig, 1822—1879) обычно рассматривается как ученый, стимулировавший дальнейшее развитие кинетической теории газов в работах Клаузиуса, Максвелла, Больцмана. Его короткая статья была опубликована в 1856 г. [125, с. 315] и имела влияние, значительно превосходящее значение ее подлинного содержания. Этот факт может быть, по крайней мере частично, объяснен личным влиянием и авторитетом самого Крёнига (профессор Realschule [2], Высшей технической школы в Берлине, редактор «Успехов физики» в течение нескольких лет, влиятельная фигура в Немецком физическом обществе). Кроме этой работы и доклада о диффузии газа, прочитанного в 1858 г. на сессии Физического общества, он написал несколько статей, главным образом по вопросам химии. Он написал также опубликованную в 1864 г. книгу о химии [126]. Эта связь с химией, конечно, не случайна, потому что именно в химии атомистические представления в середине XIX в. укрепились и оказались эвристически ценными. Работа Крёнига независима от Джоуля и Герапата, но не содержит в себе каких-либо реальных успехов по сравнению с результатами этих авторов.

Крёниг вывел закон идеального газа из простейшего предположения о совершенно упругих шарах, движущихся параллельно трем взаимно перпендикулярным осям с общей скоростью v. Он с самого начала допустил явную ошибку, считая, что давление одной молекулы, вызванное изменением импульса, равно mva, где a — число соударений в единицу времени (а не $2mva$). Окончательная формула Крёнига $p=nmv^2/V$, причем все постоянные множители он опускает (V — объем системы, n — число молекул). Предположив, что температура, измеренная от абсолютного нуля, равна mv^2, Крёниг показывает, что его формула эквивалентна законам Бойля — Мариотта и Гей-Люссака. Далее он рассматривает влияние гравитационного поля и весьма элементарно обсуждает вопрос об удельной теплоемкости газов, не делая при этом никаких вычислений или сравнений с экспериментом.

Историческая роль весьма примитивной работы Крёнига определяется не ее содержанием, а тем, что она была первой ставшей широко известной (кроме статьи Джоуля, оставшейся незамеченной) публикацией, увидевшей свет *после* установления закона сохранения энергии.

Надо, однако, отметить, что уже Крёниг упоминает законы теории вероятностей: «Пути каждой молекулы...

---

[2] В историко-научной литературе не раз называли А. Крёнига школьным учителем, что ошибочно, так как речь идет не о школе в обычном понимании, а о Высшей технической школе.

беспорядочны... Согласно законам исчисления вероятностей вместо этой совершенной беспорядочности должна возникать полная регулярность» [125, с. 315].

Следующий шаг в развитии молекулярно-кинетической теории, шаг, который уже вводил ее в качестве самостоятельной области в теоретическую физику, сделал выдающийся ученый Роберт Клаузиус. Р. Клаузиус (1822—1888) был крупнейшим физиком-теоретиком середины XIX в. Его важнейшие работы относятся ко второму закону термодинамики и к молекулярно-кинетической теории газа. Он ввел в физику понятие энтропии, исследовал математическое выражение второго начала термодинамики, рассмотрел с его помощью ряд частных задач, удачно опроверг многочисленные возражения против этого закона, которые возникли у современных ему ученых.

Исключительная ясность аргументации, четкость изложения, тщательное выяснение всех допущений, физически отчетливая оценка экспериментальных данных характерны для Клаузиуса. Его работы по кинетической теории газа, так же как и по второму закону термодинамики, являются подлинно классическими.

Клаузиус был хорошо известен в Англии в 1857 г., когда его первая работа по кинетической теории увидела свет. Английский перевод большей части его статей появлялся в «Philosophical Magazin» вскоре после их опубликования в Германии. Быстрый перевод статей Клаузиуса на английский язык, а также многих работ Максвелла на немецкий, безусловно, ускорил развитие теории. В то время это отнюдь не было характерно для общения ученых, и недостаток взаимной информации сильно задерживал развитие других теорий.

Клаузиусу принадлежит знаменитая формулировка первого и второго закона термодинамики, вызвавшая воистину бесконечные дискуссии и оказавшая огромное влияние не только на развитие физики и сопряженных областей математики, но и на философские и социально-психологические концепции.

«Энергия мира постоянна. Энтропия мира [3] стремится к максимуму» [64]. Второе начало термодинамики...

---

[3] Уместно сделать замечание о термине «энтропия», которое заимствуем из книги М. Трайбус «Термостатика и термодинамика» (М.: Энергия, 1970, с. 82): «Клаузиус взял термин „энтропия", чтобы иметь обозначение для понятия „преобразование". Современное употребление этого слова скорее бли-

«самый верный из всех известных нам опытных законов, он вернее смерти, так как смерть — только частный случай второго начала» [85].

Клаузиус сделал два важнейших вклада в кинетическую теорию газа: 1) ввел понятие средней длины свободного пробега, которое Максвелл использовал для простого объяснения процессов переноса; 2) доказал теорему вириала, которая составила основу позднейших исследований роли межатомных сил в связи p, V, T в уравнении состояния. Он также исследовал распределение энергии по степеням свободы и отношение удельных теплоемкостей газа — он нашел, что для одноатомного газа $c_p/c_v={}^5/_3$.

Клаузиус был первым, кто ввел в физику статистический метод теории вероятностей, рассмотрев, конечно еще в очень упрощенной форме, понятие о вероятной средней длине свободного пробега, допустив для простоты, что все молекулы имеют равные скорости. Максвелл немного времени спустя сделал решающий шаг, рассмотрев функцию распределения молекул по скоростям и начав широкое применение статистических методов.

Как и его предшественники, Клаузиус ограничил свое рассмотрение случаем идеального газа, причем он ввел следующие предположения: 1) пространство, занятое молекулами газа, бесконечно мало по сравнению с пространством, занятым самим газом; 2) время столкновения, которое изменяет движение двух молекул, бесконечно мало по сравнению с временем между двумя последовательными столкновениями, 3) влияние межмолекулярных сил пренебрежимо мало [82, с. 358].

При соударении часть живой силы поступательного движения молекул как целого может переходить во внутреннее колебательное или вращательное движение и обратно; однако в состоянии динамического равновесия соотношение этих видов движения остается неизменным. Отсюда Клаузиус сделал логичный вывод, что удельная теплоемкость не должна зависеть от температуры и должна быть постоянной. Это верно в классической теории, но неверно, когда надо учитывать квантовые эффекты, например при низких температурах.

же к понятию „стыдливость", чем к понятию „преобразование". Этой информацией я обязан профессору Ликодису из университета Парбу».

Клаузиус допустил, что молекулы распределены равномерно внутри сосуда, а различные значения скоростей встречаются в разных частях сосуда с одинаковой относительной частотой; при этом в каждом элементе объема содержится так много молекул, что все направления скоростей встречаются одинаково часто. Вывод Клаузиусом уравнения состояния идеального газа отличался от предшествующих отчетливой формулировкой допущений и внимательным рассмотрением столкновений.

Теория идеального газа была встречена в 1858 г. возражениями со стороны датского метеоролога Бейс-Баллота (1817–1890): если молекулы движутся с огромными скоростями, как считают Джоуль, Крёниг и Клаузиус, то газы должны диффундировать и смешиваться очень быстро, что противоречит опыту [75, с. 240]. Клаузиус ответил на это возражение, введя в рассмотрение среднюю длину пути и «сферу действия» межмолекулярных сил.

Однако он все же не мог дать полного ответа на возражения Бейс-Баллота, так как не имел способа определить размеры «сферы действия». Он только мог предположить, что значение $10^3 : 1$ для λ/d лежит в допустимых пределах, а так как d, вероятно, очень мало, то и λ мала по сравнению с макроскопическими размерами [74, с. 185].

Понятие средней длины свободного пробега молекулы, введенное Клаузиусом, оказалось фундаментальным и сыграло важную роль в последующем развитии кинетической теории и ее приложений.

Пожалуй, лучше всего закончить краткое изложение некоторых из замечательных работ Клаузиуса словами Гиббса: «Читая Клаузиуса, нам кажется, что мы читаем механику; читая Максвелла и большую часть ценных работ Больцмана, нам кажется скорее, что мы читаем теорию вероятностей. Нет сомнений в том, что широта охвата, характерная для формы, в которой Максвелл и Больцман представили проблемы молекулярной науки, дала им возможность в некоторых случаях получить более удовлетворительный и полный ответ даже на такие вопросы, которые, как казалось на первый взгляд, не требовали такого широкого подхода» [104, с. 261].

И в заключение своей статьи о Клаузиусе Гиббс пишет: «Его подлинный памятник не лежит на полках библиотек, но находится в мыслях людей и в истории многих наук» [104, с. 267].

Важнейший шаг в развитии молекулярно-кинетической теории газа был сделан великим английским ученым Джеймсом Клерком Максвеллом (1831—1879). Именно ему физика обязана действительным введением в эту теорию статистического (вероятностного) подхода. Его основная гипотеза состояла в том, что огромное число столкновений между молекулами газа вместо выравнивания скоростей, как это предполагали некоторые ученые до него, создает статистическое распределение скоростей, при котором могут иметь место с известными вероятностями любые скорости.

Первые мысли Максвелла о кинетической теории содержатся в его письме к Стоксу (1819—1903) от 30 мая 1859 г.: «Я увидел в „Philos. Mag". от февраля 1859 г. статью Клаузиуса „О средней длине пути частицы воздуха или газа между последовательными столкновениями" и о гипотезе упругости газа, обусловленной скоростью его частиц и прямолинейностью их путей, исключая только время их тесного сближения друг с другом — такое событие может быть названо столкновением... Я думал, что могло бы быть ценным проверить гипотезу о свободных частицах, действующих одна на другую ударом, сравнив ее с явлениями, которые, как кажется, зависят от „среднего пути"... теорию движения и столкновения свободных частиц... приложил к внутреннему трению газов, диффузии газов, теплопроводности газа (без излучения).

...У меня возникло желание вывести законы движения системы частиц, действующих друг на друга только с помощью удара, я сделал это как некоторое упражнение в механике.

Как Вы думаете, существует ли такое полное опровержение этой теории газов, которое сделало бы абсурдным дальнейшее ее изучение, так же как поиски аргументов, исходя из измерений определенных „молекулярных" величин до того, как мы узнаем, имеются ли вообще какие-либо молекулы? Любопытнейший результат состоит в том, что вязкость μ не зависит от плотности, так как

$$\mu = mv^2/\sqrt{2}\pi s^2.$$

Это, конечно, один из моих любопытных результатов — независимость трения от плотности газа. Основание этого в том, что в разреженном газе средний путь больше, так что действие трения распространяется на большее расстояние.

Имеете ли Вы способ опровергнуть этот результат принятой гипотезы?

Мои частицы, конечно, не имеют одной и той же скорости, но скорости распределены по той же самой формуле, согласно которой распределены ошибки в теории наименьших квадратов» [171, с. 8—11].

Если не рассматривать несовершенные попытки Джоуля применить статистический метод, то одно из первых приложений статистического метода усреднения к физическим задачам можно найти в работе Стокса [170] 1853 г., в которой он показал, «каков должен быть средний эффект очень большого числа отдельных источников света... С этой точки зрения оптические явления становятся полностью аналогичными... поведению практически бесконечного числа частиц, образующих кубический дюйм газа» [174].

Больцман вначале воспользовался максвелловским законом $1/r^5$ в своей работе «О тепловом равновесии между многоатомными частицами газа» [4, с. 67—82], однако в одной из позднейших статей [4, с. 37] он указывает, что с наблюденными фактами можно было бы согласовать целый ряд различных допущений о молекулярных силах и реальность закона $1/r^5$ не доказана. Больцман пишет, что необходимы дополнительные данные, «чтобы иметь возможность решить, какое представление больше всего подходит к реальным молекулам, которые, несомненно, представляют собой очень сложные индивиды».

Работа Максвелла настолько восхитила Больцмана своей формой изложения, что он «отнес ее к разряду художественных произведений. В порыве восхищения он сравнил работу Максвелла с могучей музыкальной драмой...» [33].

Вот что написал Больцман: «Сначала величественно выступают вариации скоростей, затем вступают с одной стороны уравнения состояния, а с другой — уравнения центрального движения, и все выше вздымается хаос формул, но вдруг звучат четыре слова: „Возьмем $n=5$“. Злой демон v, относительная скорость двух молекул, исчезает так же внезапно, как неожиданно обрывается в музыке дикая, до сих пор все подавляющая партия басов. Как от взмаха руки кудесника, упорядочивается то, что раньше казалось неукротимым. Нечего объяснять, почему произведена та или иная подстановка: кто этого не чувствует, пусть не читает Максвелла. Он не автор программной музыки, который должен комментировать свои ноты. Стремительно раскрывают перед нами формулы результат за результатом, пока нас не ошеломит заключительный эффект — тепловое равновесие тяжелого газа, и занавес падает» [61, с. 75].

Л. Больцман восхищался не только работами Максвелла по кинетической теории, что, впрочем, не мешало ему отмечать и критиковать его ошибки, особенно высоко он оценивал труды Максвелла по теории электромагнитного поля. Он и сам работал в этой области и написал книгу о теории Максвелла [62].

Первый вывод Максвеллом закона распределения скоростей молекул был основан на том, что Максвелл полагал, что все направления отдачи после столкновения двух упругих шаров являются равноправными. По-видимому, он считал, что это обеспечивает как то, что все направления движения являются равновероятными, так и то, что вероятность распределения для каждой компоненты скорости не зависит от значений других ее компонент. Однако позже он понял, что справедливость второго допущения неочевидна, и попытался найти другое доказательство [139, 140], в котором это свойство не являлось допущением, а выводилось.

В своей работе 1866 г. «О динамической теории газов» [141] он снова, но очень кратко вернулся к проблеме вывода функции распределения молекул по скоростям. Отказавшись от своего предположения, рассмотренного выше, он здесь допускает, что статистически независимыми являются не компоненты скорости одной молекулы, а скорости двух соударяющихся молекул.

Максвелл показал, что его распределение является единственным устойчивым распределением [142].

Равновесие в столбе газа, находящегося под действием поля тяжести, было рассмотрено Максвеллом первоначально в статье 1866 г. Он пришел к выводу, который повторил в «Теории теплоты» [143] в 1871 г., что температура газа не зависит от высоты столба. Этот вывод вызвал дискуссию с Фредериком Гутри [105]. Возражения Гутри, хотя и были неверными, подтолкнули Максвелла к разработке нового вывода обобщенного максвелл-больцмановского распределения, из которого термическое равновесие столба вытекало как частный случай [147].

Не раз указывалось на замечательное сходство первого вывода Максвелла закона распределения скоростей с доказательством закона распределения ошибок Дж. Гершелем (Edinburgh Review, July 1850).

В 1846 г. А. Кетле (1796—1874) [4], много сделавший для развития теории вероятностей, опубликовал в Брюсселе книгу (немедленно переведенную на английский язык) под длинным названием «Lettres à S.A.R. le Duc régnaut de Sax-Cobourg-et-Gotha sur la théorie de probabilités appliquée aux sciences morales et politiques».

В 1850 г. в журнале «Edinburgh Review» Дж. Гершель (1792—1871) опубликовал обзор этой книги [110, с. 1—57], в котором попытался дать достаточно строгое, но доступное для широких научных кругов доказательство закона ошибок. Это доказательство Гершеля очень схоже с выводом закона распределения скоростей молекул, приведенным Максвеллом в его первой статье по кинетической теории в 1859 г. Этот обзор Гершеля был перепечатан в сборнике его статей в 1857 г., т. е. за два года до доклада Максвелла. Нельзя не отметить, что, хотя мы не знаем, читал ли Максвелл этот доклад в «Edinburgh Review», однако хорошо известно, что он внимательно следил за работами Гершеля и восхищался ими. Поэтому очень вероятно, что он читал этот обзор в 1857 или 1858 г., как это видно из его писем к Кэмпбеллу и Литчфилду [80, с. 210, 217]. По всей видимости, работы Кетле не оказали сколько-нибудь значительного прямого влияния на исследования Максвелла, а скорее важны для характеристики общей обстановки в области научного использования теории вероятностей, до того применявшейся только для анализа социальных и политических задач.

---

[4] Заметим, что широко известная в то время (и в России) книга А. Кетле «Человек и развитие его способностей. Опыт *общественной физики*» (курсив мой.— *Л. П.*) (в русском издании том 1 вышел в Санкт-Петербурге в 1865 г.) содержит ясное изложение того, что мы теперь называем функцией распределения. В книге сформулирован «закон постоянства преступлений». Кетле утверждал, что «всякий человек имеет известную наклонность к преступлению — разница только в степени напряженности ее, так что в то время, когда для одних вероятность совершения преступления доходит до достоверности, для других она очень слаба».

Из многочисленных статей и книг Кетле, которые могли быть известны Максвеллу, отметим широко распространенную во Франции и Англии его книгу «Теория вероятностей» (1834), изданную в руководимой Кетле серии «Encyclopédie populaire». Вот как оценивает статистический подход к проблемам кинетической теории газов сам Максвелл: «Здесь мне хотелось бы отметить, что, принимая статистический метод, в котором рассматривается лишь среднее число групп молекул, выбранных в соответствии со значением их скоростей, мы отказываемся от точного кинетического метода, в котором прослеживается движение каждой индивидуальной молекулы при всех ее столкновениях. Поэтому возможно, что, хотя полученные нами результаты и будут хорошо описывать наблюдаемые факты, пока мы рассматриваем поведение газа в целом, они окажутся бесполезными, когда мы настолько разовьем свои способности и усовершенствуем инструменты наблюдения, что сможем обнаруживать каждую отдельную молекулу и прослеживать весь ее путь... как и распределение результатов измерений по величине их ошибки, рассматриваемое в теории ошибок измерения. Распределение отверстий от попадания пуль в зависимости от их расстояния от точки прицеливания также имеет тот же самый вид, если было произведено достаточно большое число выстрелов, а все стрелки одинаково искусны в стрельбе» [143, с. 288–289].

Работы Максвелла были развиты и обобщены Больцманом. Понимание важности результатов, полученных каждым из них, было свойственно обоим великим ученым, хотя методы научного творчества и стиль изложения у них были существенно различны. В 1873 г. Максвелл писал Тэту: «Изучая Больцмана, я не в состоянии понять его. Он не может понять меня из-за моей краткости, а его „длиннота" является в равной мере препятствием для меня» [144, с. 114].

Максвелл пишет: «Динамическая теория говорит нам о том, что случится, если две молекулы различных масс претерпят соударение. Молекула большей массы будет двигаться медленнее, чем молекула меньшей массы, так что в среднем каждая молекула, большая и маленькая, будут иметь одну и ту же энергию движения. Доказательство этой динамической теоремы, на приоритет которой я претендую, было недавно весьма развито и улучшено Л. Больцманом. Важнейшее следствие ... динамическое объяснение закона Гей-Люссака» [145, с. 365].

В другом месте он пишет: «Л. Больцман в своей статье „Исследование равновесия живой силы между движущимися материальными точками“ [4, с. 30] посвятил третью часть общему решению задачи равновесия кинетической энергии между конечным числом материальных точек. Его метод рассмотрения остроумен и, насколько я могу судить, удовлетворителен» [146].

Обыкновенно с именем Максвелла связывают прежде всего представление о его работах по теории электромагнитного поля (уравнения Максвелла, электродинамика). Однако Максвелл является также автором исследований, в которых дано решение многих фундаментальных проблем в оптике, динамике, учении о цвете, теории колец Сатурна и т. п. Исключительно принципиальное значение имеют работы Максвелла по молекулярно-кинетической теории, приведшие к возникновению статистической механики, обогатившие физику не только вероятностным методом, но и конкретными приложениями (теория переноса). Максвелловское распределение скоростей (энергий) молекул — фундаментальное понятие статистической механики.

Закончить краткий обзор исследований Максвелла по кинетической теории газа лучше всего великолепными словами М. Планка: «... Это была задача Максвелла — построить и завершить классическую теорию, и в выполнении этой миссии он достиг несравненного величия. Его имя блистает на портале классической физики, и мы можем сказать о нем: по рождению Джеймс Клерк Максвелл принадлежит Эдинбургу, как личность — Кембриджу, а труды его — достояние всего мира» [32].

Глава 4

Развитие Больцманом молекулярно-кинетической теории газа

В следующих главах нами (может быть, несколько искусственно с точки зрения исторического рассмотрения) отделено изложение собственно молекулярно-кинетической теории Больцмана от его разработок основ статистической механики. Однако такое разделение в известной мере оправдано тем, что статистическая механика выкристаллизовалась и выросла из исследований по кинетической теории газов (в свою очередь влияя на дальнейшее развитие последней после своего возникновения). Кроме того, кажется, что при таком разделении удается достичь большей ясности в изложении сути дела [1].

В 1899 г. в докладе «О развитии методов теоретической физики в новое время» Больцман сказал: «Задачей своей жизни я считаю путем возможно ясной, логически систематизированной разработки результатов старой классической теории, насколько это в моих силах, способствовать тому, чтобы то многое хорошее и всегда пригодное, что, по моему убеждению, еще в ней содержится, не должно было бы быть когда-либо вторично открыто, что отнюдь не было бы первым подобным случаем в науке» [4, с. 350].

Все явления, какие только мог, Больцман пытался объяснить с помощью представления о том, что материя состоит из атомов. Поразительная эвристическая плодотворность атомистики особенно подчеркивается им в полемике против бесплодной энергетики.

Ф. Экснер, ученик и коллега Больцмана, справедливо отметил, что для Больцмана «роль, которую он придавал теории газов, была значительно более универсальной... Для него эта теория олицетворяла собой мировоззрение, и именно атомистическое... Против всех ...теорий (имеется в виду энергетика Оствальда.— *Л. П.*),

[1] В главе о развитии молекулярно-кинетической теории рассмотрим «столкновительную концепцию», кинетическое уравнение Больцмана и *Н*-теорему, в главе о статистической механике — обоснование вероятностной трактовки эволюции физических систем, связь вероятности состояния системы и энтропии (статистическую трактовку второго начала термодинамики), необратимость и теорему возврата Пуанкаре.

в действительности являющихся шагом назад, Больцман вел ожесточенную, но в высшей степени справедливую и заслуживающую всяческого признания войну» [96].

Мы не останавливаемся сколько-нибудь подробно на анализе материалистических философских взглядов Больцмана, которые он в неразрывном единстве с атомистическими и детерминистическими воззрениями активно защищал против энергетики Оствальда и феноменологизма Маха. Многократно отмечалось и самим Больцманом, и историками физики и философии, что философские концепции Больцмана неотделимы от его научных исследований и полученных им результатов.

Общеизвестна сочувственная оценка материализма Больцмана, данная В. И. Лениным [24]. Заметим, что в пятой главе указанной книги Ленин цитирует 33 работы физиков (если несколько расширительно трактовать эту специальность), из них 9 ссылок на работы Больцмана ($\sim 27\%$). «Из немецких физиков систематически боролся против махистского течения умерший в 1906 году Людвиг Больцман. Мы уже указывали, что „увлечению новыми гносеологическими догмами“ он противопоставил простое и ясное сведение махизма к солипсизму... Больцман, конечно, боится назвать себя материалистом и даже специально оговаривается, что он вовсе не против бытия божия. Но его теория познания по существу дела материалистическая, и выражает она... мнение большинства естествоиспытателей» [22, т. 14, с. 274] [2].

---

[2] Только специфически философским снобизмом и незнанием подлинной научной биографии Больцмана можно объяснить слова К. Поппера (*Popper K.* Unended Quest. Open. Court. Publ. Comp., 1976, p. 161—162), что «...Больцман по всем принятым стандартам потерпел поражение, хотя все признают, что он был выдающимся физиком... Оказываемое на него давление было столь велико, что он утратил веру в себя...». Нет смысла дискутировать по поводу этого высказывания — ему противоречат и последние работы Больцмана, и все, что известно нам о нем и о развитии его взглядов в физике после его смерти. Попытка же объявить теорию Больцмана идеалистической (Там же, с. 160) просто комичная или, лучше сказать, бессмысленная натяжка.

Недавно нам стала известна книга: *Пригожин И., Стенгерс И.* Порядок из хаоса (М.: Прогресс, 1986), авторы которой без какой-либо аргументации соглашаются с Поппером (с. 323). Это милая книга, в которой только несколько утомляет неукротимое желание авторов быть (или казаться) оригинальными, какие бы тривиальности они ни писали. В погоне за этим они дошли, например, до того, что объявили

Изложение и анализ философских взглядов [3] и мировоззрения Больцмана можно найти во многих статьях и книгах, например [7, 72].

Австрийский ученый Э. Брода, автор большой монографии о Больцмане, написанной с прогрессивных позиций, отмечает: «Хотя идеи Больцмана имели много общего с идеями Фридриха Энгельса, труды последнего вряд ли были известны Больцману, и весьма сомнительно, было ли ему известно даже само имя Энгельса» [10, с. 53].

Когда в начале 60-х годов XIX в. появились первые работы Больцмана, сторонниками атомистического учения в физике были Клаузиус, Максвелл и другие английские ученые и венские коллеги Больцмана Стефан и Лошмидт (впервые вычисливший размеры атомов). Но именно Больцман больше всего сделал для утверждения атомистики в физике.

Прежде всего было естественным использовать молекулярно-кинетическую гипотезу для объяснения теплоты и многочисленных явлений, связанных с ней и с ее переходом в механическую работу и обратно.

Возможная периодизация развития молекулярно-кинетической теории газа и статистической механики, существенно зыблемая, как и большинство периодизаций, такова.

1. Первый период — предыстория — до середины XIX в.: разрозненные работы о природе теплоты и как вершина периода — закон сохранения энергии и работа Сади Карно.

2. Второй период — от середины до конца 70-х годов XIX в.: быстрое развитие молекулярно-кинетической теории и термодинамики.

3. Третий период — от начала 70-х годов XIX в. до конца первого десятилетия XX в.: статистическое обоснование второго закона термодинамики, возникновение и развитие статистической механики, теоретическое и экспериментальное исследование броуновского движения.

4. Четвертый период — от десятых до 30-х годов

Лошмидта учеником Планка,— первый старше второго на 37 лет, и, насколько известно, они даже не встречались.

[3] Надо отметить, что хотя Больцман очень интересовался философией, но, как и большинство ученых в области «точных наук», относился к ней с достаточной долей иронии. Так, он писал: «...мои рассуждения были... подлинно философскими и по крайней мере достаточно туманными, чтобы заслужить такое наименование» [4, с. 374].

XX в.: развитие математических методов, связанных с кинетическим уравнением, статистической механики и статистической физики.

5. Пятый период — от 30-х до 60-х годов XX в.: статистическая теория неравновесных процессов, термодинамика необратимых процессов, квантовая статистика.

Отношение Больцмана к проблеме связи или сведе́ния теории теплоты к механике прошло две стадии. На первой стадии подход и направление рассмотрения этой проблемы Больцманом является механико-атомистическим вариантом концепции Гельмгольца и Клаузиуса. Преодолев это направление, Больцман на второй стадии пришел к механико-статистическо-атомистическому решению задачи. Анализ первого этапа, когда Больцман искал обоснования теории теплоты в вариационных принципах механики, дан в книге автора [36].

Проблема выяснения физического смысла второго начала термодинамики занимала Больцмана с 22-летнего возраста, когда он опубликовал свои первые исследования в этой области, в течение всей его жизни. Первая работа, в которой Больцман пытался дать механическое истолкование второго начала и которая, по существу, явилась первым крупным его исследованием, увидела свет в 1866 г. [4, с. 9]. Всего год тому назад (1865) Р. Клаузиус ввел в работе «О различных удобных для применения формах основных уравнений механической теории тепла» [4] понятие энтропии и представил второй закон термодинамики в форме, хорошо знакомой нам и в настоящее время, а также разработал многое из математического аппарата термодинамики. Эта работа вполне могла быть известна Больцману и инициировать его исследование.

Последняя работа Больцмана была опубликована посмертно в 1907 г. [64]. Обе связаны с кинетической теорией газов, развитию которой Больцман посвятил основные творческие искания за 40 лет своей научной деятельности. Его работа охватывает исключительно широкий круг проблем: от наиболее общих теорем механики и ее связи с теорией вероятностей до утомительного детального вычисления коэффициента вязкости газа. Однако основной вклад Больцмана в физику ясен: обоснование необратимости, выраженное вторым началом термодинамики, и развитие основ статистической механики. Больцман показал, как можно объяснить не-

[4] Pogg. Ann., 1865, Bd. 125, S. 353.

обратимость, применив статистический метод к газу, состоящему из огромного числа молекул, даже если движение каждой подчиняется обратимым законам механики. Это одно из крупнейших достижений физики XIX в.

Ньютону потребовалось около двух десятилетий, чтобы разъяснить понятие силы, а Максвеллу, Больцману, Гиббсу — около 40—50 лет, чтобы выполнить такую же работу для основ статистической механики Надо заметить, что на этом история разработки и уточнения этих основ отнюдь не завершилась.

В течение двух столетий, начиная с X. Гюйгенса (1690) до Г. Герца (1894), большинство физиков придерживались взгляда, что подлинным объяснением законов природы является выведение их из простых законов механики. Однако в конце XIX в. механицизм был подвергнут критике с разных сторон (в том числе энергетиками, феноменологистами и т. п.). Больцман сыграл, пожалуй, главную роль в борьбе с противниками материалистического механико-атомистического подхода к познанию явлений природы. Он, конечно, существенно изменил прежнюю механическую картину мира, введя в нее статистику (теорию вероятностей), подготовив, таким образом, возможность для преодоления классической физики квантовой физикой. Больцман понимал, что его главный вклад в фундамент физического знания состоял в объяснении второго закона термодинамики, построении молекулярно-кинетической атомистической теории газа и статистической механики, а отнюдь не в полемике (даже успешной) с Оствальдом и другими энергетиками.

Уже в указанной выше первой работе Больцман отмечает особое положение второго закона термодинамики (неравенство, а не равенство!) в отличие от первого закона, хорошо известного и «обоснованного уже много лет назад» (*тогда* — менее двадцати лет, но самому Больцману было 22 года).

Цель его работы — «дать чисто аналитическое, совершенно общее доказательство второго закона, а также найти в механике теоремы, соответствующие этому закону» [4, с. 9]. Для этого Больцман воспользовался принципом наименьшего действия. Подобные же попытки делали Клаузиус, К. Чили (C. Szily) и другие авторы примерно с той же степенью удачи. У Больцмана даже возник спор о приоритете с Клаузиусом, который сейчас может вызвать только улыбку.

Начало этой работы, если так можно выразиться, звучит современно. Больцман ставит вопрос о смысле и определении основной наблюдаемой в тепловых процессах величины — температуры [4, с. 9]. «Нам прежде всего понадобится определить одно из главных понятий общего учения о теплоте — понятие температуры, которое все еще нельзя считать точно установленным достаточно и однозначно. При этом, очевидно, мы будем действовать в полном согласии с духом механической теории теплоты, если сначала установим экспериментальное определение температуры, а затем исследуем, какая функция от величин, определяющих молекулярное движение, обладает такими свойствами, которые позволяют ей считаться представителем того, о чем природа извещает нас как о температуре».

Физические системы в реальном мире устроены так, что температура имеет положительные значения — система, находящаяся в равновесном состоянии, никогда не может иметь отрицательной температуры. Однако ее можно создать в некоторых неравновесных процессах, например при быстром изменении направления магнитного поля, которым определенным образом ориентированы спины. Если спины не успевают следовать за изменением поля, то заселенность высоких зеемановских уровней будет больше, чем на более низких уровнях, и если это распределение каноническое, то температура должна быть отрицательной. Тем не менее спиновая система, взаимодействуя с другими степенями свободы с положительной температурой, переходит в новое равновесное состояние, а температура в конце концов принимает положительное значение. Такое явление экспериментально обнаружено, например, для ядерных спинов LiF. В последние годы понятие отрицательной температуры нашло широкое применение в теории квантовых генераторов и усилителей.

Гельмгольц показал, что первый закон термодинамики может быть получен, если допустить, что все физические процессы по своей природе механические. Когда Клаузиус сформулировал второй закон термодинамики, возникла проблема — дать и ему истолкование на основе механических представлений, тем более что это уже было сделано молекулярно-кинетической теорией для температуры ($T \sim v^2$).

Больцман и поставил перед собой эту задачу и уже в мемуаре 1866 г. разработал оригинальный вариационный принцип, приложенный к обобщенной механической системе и приводящий к выражениям, аналогичным формулам второго закона термодинамики. Отсюда возникла новая задача — определить, каковы должны быть общие механические аксиомы для того, чтобы получить «механическое» истолкование второго закона термодинамики.

В публикациях последующих пяти лет Больцман в основном рассматривал вопрос о том, как в случае теплового равновесия распределяется энергия между различными молекулами и атомами в молекулах. Он смело и исключительно плодотворно развил теоремы, выведенные в специальных формах частично Клаузиусом, частично Максвеллом: распределение Максвелла — Больцмана, имеющее вид $\exp(-\alpha E_{\text{кин}})$; теорема о том, что в состоянии теплового равновесия $\bar{E}_{\text{кин}}$ для всех степеней свободы имеет одинаковую величину, пропорциональную абсолютной температуре.

Однако он уже понял, что одной механикой объяснить или обосновать второй закон термодинамики не удается, и стал развивать, следуя Максвеллу, идею связи механики со статистикой как основы молекулярно-кинетической теории и термодинамики.

В работе 1871 г. «Аналитическое доказательство второго закона механической теории теплоты с помощью теоремы о равновесии живых сил» [4, с. 83—99] Больцман рассматривает некоторую функцию молекулярных параметров E, определенную на основе динамических законов, которую можно сопоставить энтропии Клаузиуса. Здесь предвосхищение будущей статистической схемы (H-теоремы [12]). Решающий шаг был сделан им в знаменитой работе 1872 г. [4, с. 125].

Первый вопрос, который рассмотрел Больцман в этой статье, ознаменовавшей начало нового этапа, хотя и носившей неинформативное название «Дальнейшие исследования теплового равновесия между газовыми молекулами», был вопрос о единственности закона распределения скоростей Максвелла как характеристики равновесного состояния. Максвелл показал, что его распределение стационарно, т. е. не меняется из-за столкновения молекул. Однако Больцман не был удовлетворен доказательством Максвелла того, что его распределение есть единственное такое распределение. Больцман намеревался доказать, что «...каково бы ни было начальное состояние газа, он всегда должен приближаться к предельному распределению, найденному Максвеллом» [4, с. 125].

С 1868 г. можно говорить о своеобразном научном диалоге между Максвеллом и Больцманом, который помог выяснению (хотя и не решению) многих из фундаментальных проблем кинетической теории и статистической механики. Больцман, понимая, очевидно, трудность краткого вывода Максвеллом закона распределения скоростей молекул, не только повторил его более подробно, но и привел для иллюстрации отдельных вопросов различные примеры, сохранив основное допущение Максвелла о независимости скоростей соударяющихся молекул.

Закон распределения скоростей Максвелла был отправным пунктом исследований Больцмана в кинетической теории газов.

В первом доказательстве этого закона Максвелл допустил, что газ ведет себя одинаково по отношению ко всем направлениям пространства (т. е. пренебрег всеми внешними силами, в первую очередь силой тяжести), что означало, что все направления для скорости молекулы одинаково вероятны.

Обозначим u, v, w — составляющие скорости молекулы. Максвелл допустил еще полную независимость вероятностей для каждой из этих трех компонент.

При этих допущениях число молекул в единице объема, центры которых обладают скоростью с составляющими, лежащими в бесконечно близких пределах

$$u \text{ и } u+du, \quad v \text{ и } v+dv, \; w \text{ и } w+dw, \tag{1}$$

будет

$$f(u)\,f(v)\,f(w)\,du\,dv\,dw.$$

И так как согласно исходной гипотезе число этих молекул зависит только от величины и не зависит от направления скорости, произведение $f(u)\,f(v)\,f(w)$ не может быть иной функцией, чем $u^2+v^2+w^2$. Отсюда для каждой компоненты скорости имеем закон вида

$$f(u)=ae^{lu^2}.$$

Постоянная l должна быть отрицательной, так как число молекул конечно.

Максвелл сам был убежден [141], что это доказательство неудовлетворительно. Во втором доказательстве Максвелл рассмотрел молекулы как совершенно упругие сферы и как материальные точки, взаимодействующие между собой вдоль прямой, которая их соединяет; это взаимодействие является функцией только их расстояния и мало везде, кроме очень малых расстояний.

Найдем число $d\nu$ соударений (или взаимодействий), которые испытывают эти молекулы в течение времени δt с другими молекулами, скорости которых до соударения заключались в пределах

$$u_1 \text{ и } u_1+du_1,\ v_1 \text{ и } v_1+dv_1,\ w_1 \text{ и } w_1+dw_1. \tag{2}$$

Обозначим через b наименьшее расстояние OO', на которое могут сблизиться две молекулы, если они перемещаются равномерно с их абсолютными скоростями до соударения, без какого-либо взаимного действия, относительную скорость этих двух молекул — через V, через φ угол между двумя плоскостями, проведенными через эту относительную скорость, одна из которых параллельна линии OO', а другая параллельна какой-либо фиксированной прямой (например, оси x).

Через центр каждой из молекул (1) проведем плоскость, перпендикулярную относительной скорости V, и построим для каждой из этих плоскостей круговое кольцо лучей b и $b+db$ с центром на молекуле. В этом кольце вырежем сектор, определяемый углами из центра φ и $\varphi+d\varphi$, и, наконец, построим параллелепипед высоты $V\delta t$ с основанием $bdbd\varphi$.

Полный объем параллелепипедов, соответствующих различным молекулам (1), будет

$$f(u,\ v,\ w)\,dudvdwbdbd\varphi V\delta t. \tag{3}$$

В этом объеме находятся

$$f(u_1,\ v_1,\ w_1)\ du_1\,dv_1\,dw_1 \tag{4}$$

молекул группы (2). Легко видеть, что в течение времени δt каждая из этих молекул сближается с одной из молекул группы (1) таким образом, что число соударений (или актов взаимодействия) будет равно

$$d\nu=f(u,\ v,\ w)f(u_1,\ v_1,\ w_1)Vb\,du\,dv\,dw\,du_1dv_1dw_1\times$$

$$\times dbd\varphi\delta t. \tag{5}$$

После соударения скорости молекул каждой из групп (1) и (2) находятся соответственно в пределах

$$u' \text{ и } u'+du', \quad v' \text{ и } v'+dv', \quad w' \text{ и } w'+dw', \tag{1'}$$

$$u_1' \text{ и } u_1'+du_1', \ v_1' \text{ и } v_1'+dv_1', \ w_1' \text{ и } w_1'+dw_1'. \tag{2'}$$

Если теперь обратить направление δt, то число соударений между молекулами, имевшими первоначально скорости (1′) и (2′) и получившими после соударения скорости (1) и (2), будет равно

$$d\nu'=f(u', v', w')f(u_1', v_1', w_1')\, Vb\, du'dv'\, dw'\times$$

$$\times du_1'\, dv_1'dw_1'\, dbd\varphi\delta t. \tag{6}$$

Статистическое распределение скоростей будет сохраняться, если число обратных соударений будет равно числу соударений прямых:

$$d\nu=d\nu'.$$

Тогда между дифференциалами будет иметь место соотношение

$$du\, dv\, dw\, du_1\, dv_1\, dw_1=du'\, dv'\, dw'\, du_1'dv_1'\, dw_1', \tag{7}$$

которое, как заметил Больцман [4, с. 30], есть не что иное, как частный случай теоремы Лиувилля. Условие статистического равновесия сводится тогда к функциональному уравнению

$$f(u, v, w)f(u_1, v_1, w_1)=f'(u', v', w_1)f'(u_1', v_1', w_1'). \tag{8}$$

или, сокращенно,

$$ff_1=f'f_1'.$$

Если все молекулы имеют одну и ту же природу и если согласно первой гипотезе Максвелла функция f зависит только от величины скорости, т. е. от $u^2+v^2+w^2$, величины, которая остается инвариантной в течение соударения, то предыдущее функциональное уравнение имеет решение

$$f(u, v, w)=A\exp\left[-1/a^2(u^2+v^2+w^2)\right]. \tag{9}$$

Таким образом, устанавливается закон распределения скоростей без того, чтобы оказалось необходимым предположить, как это сделал первоначально Максвелл, независимость вероятностей значений различных составляющих скорости одной молекулы.

Как мы уже указывали выше, Больцман для нахождения значений коэффициентов переноса (транспортных коэффициентов) теплопроводности λ, вязкости μ, диффузии D первоначально воспользовался подходами, развитыми Максвеллом. Он показал, что найденные им транспортные коэффициенты можно получить, используя его кинетическое уравнение, и что если взять межмолекулярные силы вида $\sim 1/r^5$, то результаты согласуются с максвелловскими. Что касается других возможных законов сил, Больцман делает осторожные замечания о гораздо большей сложности задачи в этих случаях.

Он посвятил целый раздел своего мемуара рассмотрению альтернативного вывода указанных выше результатов. Этот альтернативный вывод он считал более ясным и более конструктивным. Основная идея его состояла в том, чтобы рассматривать энергию как дискретную, а не как непрерывную переменную, так что кинетическое уравнение (15) заменяется системой обыкновенных дифференциальных нестационарных уравнений. Больцман предпочитал думать, когда это было возможно, в терминах дискретных величин. Он аргументировал это тем, что такой путь имеет исторические прецеденты (Лагранж и Риман). Анализ соотношения дискретного и континуального играл важную роль в его защите атомизма. Таким образом, Больцман (за 28 лет до работы М. Планка о квантах энергии) использовал представление о дискретности энергии в процессе обмена при статистическом обосновании второго закона термодинамики. Это представление о «конечных порциях энергии», которыми могут обмениваться молекулы при столкновениях, привело Больцмана к подсчету числа столкновений методами комбинаторики. Однако в соответствии с духом тогдашней физики Больцман рассматривал представление о дискретности энергии как искусственный математический прием. Поэтому в окончательном результате он переходит от сумм к интегралам, т. е. к континуальным представлениям.

В этой работе 1872 г. [4, с. 125] Больцман уже твердо формулирует точку зрения, которую можно назвать вероятностной: «проблема механической теории тепла — проблема исчисления вероятностей» [Там же].

Именно здесь, исследуя, при каких условиях состояние газа может приближаться к равновесию (распределение Максвелла!) и пребывать в нем очень большое время, Больцман вывел свое знаменитое кинетическое уравнение.

При выводе этого уравнения ему пришлось сделать ряд ограничительных и упрощающих предположений. Мы разделили эти предположения на две группы: 1) ограничения применимости, 2) принципиальные допущения.

В первой группе:

а) принимались во внимание только парные (бинарные) соударения. Это правильно для разреженного газа, однако исключает из рассмотрения большую часть химических реакций рекомбинации, идущих, как правило, через тройные столкновения, а без них нельзя построить полную картину поведения во времени реагирующей смеси газов;

б) при выводе выражения для интегралов столкновений не учитывались пространственные изменения функций распределения f_1 на расстояниях порядка радиуса (r_0) сталкивающейся частицы сферической формы. Неявно также предполагалось, что временные изменения функции f_1 на временах порядка r_0/v_τ пренебрежимо малы;

в) использовалось фактически предположение о непрерывности процесса столкновения. Поэтому f_1 в уравнении Больцмана можно рассматривать как детерминированную — неслучайную функцию; это значит, что флуктуации функции f_1 не рассматриваются (это не позволяет, например, описать броуновское движение);

г) атомы рассматривались как твердые шарики радиуса r_0, т. е. реальный потенциал взаимодействия заменяется значительно более простым потенциалом

$$U(|r|)=\begin{cases}\infty, & r\leqslant r_0,\\ 0, & r>r_0;\end{cases} \tag{10}$$

д) допускается существование такого промежутка времени Δt, что

$$\tau_c\ll\Delta t\ll\tau_p, \tag{11}$$

где τ_c — длительность столкновения, т. е. время, в течение которого траектории частиц заметно отклоняются от прямых линий (очевидно, что $\tau\sim r_c$ — эффективному радиусу взаимодействия), τ_p по порядку величины совпадает с промежутком времени между двумя столкновениями (значение τ_p тем больше, чем меньше плотность газа ρ). Отношение τ_c/τ_p мало, если выполняется условие

$$\gamma \equiv r_0^3 \rho \ll 1. \tag{12}$$

Если условие (12) выполняется, то можно выбрать Δt в согласии с (11). С физической точки зрения условие (12) позволяет считать, что столкновения являются хорошо определенными событиями в пространстве и времени; последовательные столкновения с участием данной частицы не перекрываются. Из условия (12) вытекает также марковский характер уравнения Больцмана (если понимать под марковским процессом процесс эволюции, в котором скорость изменения какой-либо величины $d\varphi(t)/dt$ зависит только от ее мгновенного значения $a(t)$, но не от ее предыстории).

Несмотря на перечисленные ограничивающие предположения, область применимости уравнения Больцмана очень широка. Поэтому это уравнение и играет столь существенную роль в молекулярно-кинетической теории и статистической физике.

Во второй группе:

при выводе выражений для интегралов столкновений предполагалось, что средние числа столкновений пропорциональны произведениям функций распределения состояний сталкивающихся частиц. Тем самым корреляции считаются несущественными. Это предположение называется гипотезой молекулярного хаоса. Это был поистине героический шаг. Ведь такое предположение, строго говоря, противоречит классической механике. Поясним на простом примере. Пусть две частицы первоначально находятся далеко друг от друга. Они не чувствуют друг друга и ведут себя так, как если бы они были независимы. Приближаясь друг к другу по прямым траекториям, частицы в конце концов попадают в сферу взаимодействия. В это время они (их траектории) влияют друг на друга, и частицы уже не ведут себя как независимые. При отталкивательном взаимодействии они разлетаются. Поэтому вероятность обнаружить две частицы очень близко друг к другу меньше произведения вероятностей обнаружения одной частицы где-либо внутри системы — взаимодействие приводит к корреляциям. Корреляции возникают под действием движения. Число пар частиц, локализованных одновременно в двух различных точках фазового пространства, определяется двухчастичной функцией распределения

$$f_2(\mathbf{q}, \mathbf{v}; \mathbf{q}, \mathbf{v}_1; t);$$

в общем случае

$$f_2(\mathbf{q}, \mathbf{v}; \mathbf{q}, \mathbf{v}_1; t) \neq f(\mathbf{q}, \mathbf{v}; t) f(\mathbf{q}, \mathbf{v}_1; t). \tag{13}$$

Предположение, что, напротив того, $f_2 = f_1 f_1$, было названо Больцманом «Stossanzahlsatz» (гипотезой о числе столкновений) или гипотезой молекулярного хаоса (ввиду статистической независимости молекул). Это предположение со времен Больцмана вызвало огромное число дискуссий и на протяжении уже более столетия (114 лет) стимулировало и продолжает стимулировать громадное число работ.

Мы видим, что это предположение позволяет получить уравнение Больцмана как замкнутое уравнение для одночастичной функции распределения. Больцмановская гипотеза молекулярного хаоса позволяет оборвать бесконечную цепочку уравнений для функций распределения, возникающую из обобщенного уравнения Лиувилля, в котором скорость изменения f_1 зависит от значения двухчастичной функции f_2, которая в свою очередь зависит от f_3, и т. д. (цепочка ББГКИ — см. гл. 10).

Как отметили многие авторы, очень важное и продуктивное приведение цепочки ББГКИ к единственному уравнению обходится дорого: уравнение Больцмана нелинейно. Однако все-таки математическое упрощение огромно. Мощные приближенные методы его решения, особенно на ЭВМ, позволили получить результаты, которые можно детально сопоставить с экспериментальными данными. Согласие оказывается хорошим.

Развитый Больцманом подход имел поразительный успех и наложил глубокий отпечаток на всю историю физики. Вместе с тем приходится признать, что больцмановский подход сталкивается с весьма серьезными трудностями.

Уравнение Больцмана, конечно, огромный шаг на пути разработки микроскопической теории неравновесных процессов. Однако надо помнить: вывод его не безупречен, гипотеза молекулярного хаоса противоречит механике. Строгая микроскопическая теория необратимости будет построена только тогда, когда мы выясним этот вопрос.

Мы видим, что в больцмановском подходе отнюдь не является необходимым прослеживать явно эволюцию отдельных молекул, исходя из точных значений их начальных координат и скоростей. Практически необходимо, чтобы прийти к полезным формулам, допустить, что состояние газа в начальный момент времени является неорганизованным, неупорядоченным с молекулярной точки зрения (молекулярный хаос) и остается таким с течением времени.

Полный объем, занятый газом, разделим на элементарные области, которые имеют очень малые размеры, еще доступные для наблюдения, содержащие тем не менее каждая очень большое количество молекул. В каждой элементарной области, выделенной таким образом, молекулы обладают скоростями, совершенно различными как по величине, так и по направлению, а для определения состояния газа в каждый момент времени достаточно знания функции распределения $f(x, y, z, u, v, w, t)$ положений и скоростей молекул.

Произведение

$$f(x, y, z, u, v, w, t)\,dxdydzdudvdw \tag{14}$$

определяет число молекул, центры которых расположены между границами

$$x \text{ и } x+dx,\ y \text{ и } y+dy,\ z \text{ и } z+dz, \tag{14а}$$

а компоненты скорости заключены между пределами

$$u \text{ и } u+du,\ v \text{ и } v+dv,\ w \text{ и } w+dw. \tag{14б}$$

Последовательные соударения какой-либо молекулы должны рассматриваться как независимые события для того, чтобы к ним можно было применить законы исчисления вероятностей.

Больцман рассматривал молекулы как упругие сферы или как центры сил, между которыми действуют радиальные силы, являющиеся функциями только расстояния, однако он не исключил существования массовых внешних сил, компоненты которых X, Y, Z есть функции x, y, z.

Задача состоит в том, чтобы найти изменение со временем функции распределения f.

Эта функция изменяется, во-первых, за счет изменения числа молекул в некоторой элементарной области в силу их движения (дрейфа), во-вторых, в силу действия внешних сил, изменяющих компоненты скорости, и, наконец, в силу соударений. В целом имеем следующее, ставшее знаменитым выражение, называемое *кинетическим уравнением Больцмана*[5]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \underbrace{u\frac{\partial f}{\partial x} + v\frac{\partial f}{\partial y} + w\frac{\partial f}{\partial z} + X\frac{\partial f}{\partial u} + Y\frac{\partial f}{\partial v} + Z\frac{\partial f}{\partial w}}_{\text{потоковые члены}} =$$

$$= \underbrace{\int (f'f_1' - ff_1)\,Vb\,du_1\,dv_1\,dw_1\,db\,d\varphi}_{\text{столкновительный член}}, \tag{15}$$

где сохранены введенные выше обозначения. Интегрирование производится по всем значениям u_1, v_1, w_1 от $-\infty$ до $+\infty$, значениям φ от 0 до 2π и по всем значениям b, лежащим внутри сферы действия молекулы.

Обычное уравнение Больцмана (15) описывает эволюцию функции распределения в фазовом пространстве одной частицы. Уравнение содержит два члена: потоковый — описывающий движение молекул по траекториям в фазовом пространстве и представленный дифференциальным оператором; столкновительный — описывающий изменения скорости, обусловленные столкновениями, и представленный интегральным оператором. Уравнение Больцмана, следовательно, интегродифференциальное уравнение[6], причем столкновительный член является нелинейным. В этой нелинейности состоит главное препятствие при построении методов его решения, тем более что интеграл столкновений тесно связан с законом межмолекулярного взаимодействия, относительно которого имеется весьма неполная и зачастую противоречивая информация.

Основная задача кинетической теории, основанной на уравнении Больцмана,— решение уравнения (15)

[5] Выкладки, которые необходимо произвести для вывода кинетического уравнения Больцмана, изложены с разной степенью подробности в многочисленных книгах по статистической механике и статистической физике [14, 18, 47, 51].

[6] «Вот уже свыше 110 лет уравнение привлекает внимание исследователей, но лишь в последние годы была доказана *разрешимость в целом* пространственно-неоднородной задачи в случае малого отклонения состояния газа от положения равновесия — более общие результаты не получены и по сей день» (*Гринберг У., Полевчек Я., Цвейфель П. Ф.* — В кн.: Уравнение Больцмана. М.: Мир, 1986, с. 29).

при заданном механизме столкновений и внешней силе **F** при определенных граничных и начальных условиях. При этом решение этого, вообще говоря, нелинейного интегродифференциального уравнения возможно только в некоторых специальных случаях. Ведь кинетическое уравнение Больцмана весьма сложно, так как содержит под интегралом произведение неизвестных функций распределения.

Однако если отклонение системы от равновесного состояния невелико и функцию f можно представить в виде

$$f=f_{\mathrm{M}}(1+\varphi), \qquad \varphi\ll 1, \tag{16}$$

где f_{M} — распределение Максвелла — Больцмана, то можно линеаризовать уравнение Больцмана (15). В результате получится линейное уравнение для φ, которое оказалось необычайно полезным в теории переноса. Можно получить еще более грубое упрощенное выражение уравнения Больцмана, заменив весь столкновительный член линейным релаксационным членом

$$\frac{\partial f}{\partial t}+v\frac{\partial f}{\partial x}=-\frac{f-f_{\mathrm{M}}}{\tau}, \tag{17}$$

где τ — среднее время релаксации, которое задает порядок величины временнόго интервала, необходимого для выхода на распределение Максвелла (т. е. на термодинамически равновесное состояние).

В последующие годы было выведено много других кинетических уравнений, подобных уравнению Больцмана, которые выполняются при условиях, имеющих весьма много общего (столкновения между реагирующими молекулами, между возбуждениями в твердом теле, плазме и т. д.).

Распространение теории на общий случай многоатомного газа сталкивается с рядом существенных трудностей:

1) необходима более полная и сложная молекулярная модель, чем, например, модель гладких упругих сферических молекул;

2) необходимо в выражении для энергии учесть слагаемые, обусловленные наличием внутренних степеней свободы (вращательных, колебательных и т. п.);

3) все внутренние степени свободы имеют квантовый характер, и их описание в рамках классической

механики, которая использовалась при выводе и рассмотрении физического смысла уравнения (1), строго говоря, в общем случае невозможно.

Обобщение теории на случай смеси нескольких простых газов не представляет каких-либо принципиальных трудностей, и изложение его можно найти в ставшей уже классической книге С. Чепмена и Т. Каулинга «Математическая теория неоднородных газов»[7].

Запишем, следуя Уленбеку [177, с. 107–120], некоторые вопросы, существенные для обобщения уравнения Больцмана.

1. Можно ли отказаться от ограничения одноатомным газом, т. е. можно ли обобщить уравнение Больцмана на частицы, имеющие квантовые внутренние степени свободы?

2. Можно ли отказаться от ограничения бинарными соударениями?

3. Может ли уравнение Больцмана описать флуктуации свойств газа?

4. В чем состоит физический смысл гидродинамических уравнений высших порядков?

5. Может ли уравнение Больцмана для бозе-газа твердых шаров описать приближение к равновесию в области конденсированных состояний?

6. Может ли уравнение Больцмана быть обобщено на релятивистские частицы заданной массы покоя?

Нетрудно убедиться, что для уравнения Больцмана характерным линейным размером является средняя длина свободного пробега λ, а характерным отрезком времени — среднее время Δt между столкновениями молекул. Этим уравнение Больцмана отличается от всех других уравнений математической физики, описывающих необратимое поведение среды на расстояниях, которые должны быть большими по сравнению с λ, и отрезках времени, которые должны быть большими по сравнению с Δt. Это обстоятельство проявляется также и в том, что, например, обычная термодинамика необратимых процессов имеет дело с малыми (линейными) отклонениями от равновесия, тогда как уравнение Больцмана допускает большие (нелинейные) отклонения. Поэтому необходимо строго различать нелинейность уравнений гидродинамики и линейность ме-

[7] М.: Изд-во иностр. лит., 1960.

ханизма необратимости (например, пропорциональность теплового потока температурному градиенту).

Выше было отмечено, что, для того чтобы прийти к новым результатам при статистическом по существу анализе динамической задачи, Больцману потребовалось определить понятие молекулярного хаоса или молекулярного беспорядка.

Понятие «молекулярный беспорядок» в случае стационарного распределения состояний определяется как такое состояние, при котором положение и скорость каждой молекулы не зависят от положения и скорости всех остальных молекул (полная статистическая независимость). При нестационарных распределениях, вообще говоря, после столкновения положение и скорость одной из молекул будут связаны с положением и скоростью другой сталкивающейся молекулы механическими законами столкновения. Так, если одна молекула после соударения движется вправо, то вторая должна двигаться влево; при стационарном распределении число молекул, движущихся вправо и влево, одинаково, и, следовательно, статистическая независимость не нарушается соударением. Для неравновесных распределений состояний предполагать статистическую независимость всех молекул нельзя, так как она, вообще говоря, будет нарушаться столкновениями.

П. и Т. Эренфесты в статье 1911 г. [89] провели критическое, до сих пор вдохновляющее обсуждение идей Больцмана. Они ясно показали, что Больцман делает допущение, согласно которому движения молекул газа не коррелируют между собой перед *каждым* столкновением. Существенно, что это допущение используется многократно в течение всего времени эволюции системы, а не только в начальный момент времени. В этом отношении оно аналогично многократному использованию приближения случайных фаз, которое делается при выводе квантово-механического основного кинетического уравнения. Корректная формулировка вероятностных допущений Больцмана была одним из главных вопросов статьи Эренфестов. Они выяснили, что так как вывод H-теоремы основан на этих допущениях, то нельзя выдвигать против нее возражения, основанные на одной механике. Уравнение Больцмана определяет наиболее вероятное поведение системы, ничего не говоря о менее вероятных ситуациях, что устраняет возражения Лошмидта и Цермело (подробнее см. ниже в гл. 7).

Решение Больцмана не означает, что установление равновесия происходит в два последовательных, резко отделенных друг от друга этапа: сначала устанавливается распределение Максвелла в пространстве скоростей, и лишь затем в координатном пространстве устанавливается «барометрическое» распределение. На самом деле оба процесса взаимосвязаны, и распределение по скоростям становится строго максвелловским только при достижении полного равновесия.

Надо заметить, что эти два процесса совершенно различны: система стремится к равновесию в пространстве скоростей монотонно и весьма быстро, а установление равновесия в координатном пространстве происходит немонотонно и гораздо медленнее.

Из своих исследований 1868—1872 гг. Больцман сделал несколько важных выводов:

1) если внешнее силовое поле равно нулю, молекулы распределяются по всему объему равномерно, а скорости их распределяются по закону Максвелла (закон ошибок измерения!);

2) в силовом поле молекулы распределяются неравномерно, причем доля их, имеющая потенциальную энергию, отличную от минимальной, убывает по экспоненциальному закону;

3) в поле тяжести Земли распределение молекул по высоте будет удовлетворять барометрической формуле (выведенной теоретически в 1823 г. Лапласом: $p=p_0 \exp(-\alpha h)$, где h — высота над уровнем Земли), которая является, таким образом, частным случаем общей теории Больцмана.

Больцман был удовлетворен полученными результатами и до 1875 г. занялся экспериментами по установлению предсказанной теоретически Максвеллом связи между коэффициентом преломления и диэлектрической постоянной. Однако он, по-видимому, не переставал думать о проблемах кинетической теории газа и молекулярного и механического обоснования второго закона термодинамики. В 1875 г. он опубликовал работу, в которой показал, как его результаты могут быть обобщены так, чтобы описать и кинетические эффекты внешних сил. Она вызвала возражения его коллеги, близкого друга и прежнего учителя Й. Лошмидта. Что собой представлял Лошмидт?

Лошмидт Иоганн Йозеф (1821—1895) — старший сын из четырех детей в бедной крестьянской семье — учился в университете в Праге.

Он не смог получить должность учителя и в 1843 г. стал работать в промышленности. Вместе со своим другом Бенедиктом Маргулисом (B. Margulies) он открыл процесс конверсии азотнокислого натрия в азотнокислый калий. Они не знали, что такой же процесс был открыт на полстолетия раньше Тадеушем Ханке (T. Haenke), который практически применил его в Перу.

С этого времени до 1854 г. Лошмидт пытался снова и снова создать промышленное дело, но это ему не удавалось, и в 1854 г. он обанкротился. При посещении весьма скромной квартиры Лошмидта (после ухода последнего на пенсию) Больцман не мог воздержаться от скорбного восклицания: «Вот какой приют Вена дает своим великим людям!» [6, с. 275].

Разочарованный своими многочисленными неудачами, Лошмидт решает вернуться к наукам. В 1856 г. он блестяще сдает экзамены на звание учителя и получает должность в Венской Realschule, где он преподавал химию, физику и алгебру, а в свободное время занимается научными исследованиями. В этот период он встретил Й. Стефана — молодого директора Института физики Венского университета, и они стали близкими друзьями. В это время Вена стала центром кристаллографии, и Лошмидт сконцентрировал свое внимание на химии кристаллов.

Стефан понял талантливость Лошмидта и создал ему условия для научной работы; Лошмидт, который был «сыт по горло» практической работой, занялся научными исследованиями.

Его возражения Больцману были опубликованы в 1876 г. Больцман ответил ему немедленно.

Заметим, что Больцман не был очень точен в цитировании работ других авторов. Он просто дал общую отсылку ко всем работам Лошмидта, не приведя его замечание в оригинальной форме, ограничившись забавным соображением, что это замечание, имеющее «философское одеяние», может быть трудно для физиков, и поэтому он попытается «представить его в другой форме». Вот одна из формулировок Лошмидта:

«Знаменитая проблема: как сделать, чтобы некое событие не состоялось,— тем самым хотя и не находит решения, однако получает четкую формулировку, которая состоит в простом приказе: сразу обратить мгновенные скорости всех атомов во Вселенной» [134, с. 128].

Лошмидт, который сам был стойким атомистом (ему, в частности, принадлежит первое вычисление так называемого числа Лошмидта и «диаметра» молекулы), сомневался в некоторых положениях Больцмана. Больцман не раз пытался объяснить Лошмидту его ошибки. Однако одно из возражений Лошмидта о противоречии необратимости макроскопических процессов и обратимости макроскопического движения молекул, исходя из которого Больцман объяснял физический смысл второго закона термодинамики, было принципиальным и вызвало появление важных исследований Больцмана [4, с. 190—236].

Мы уже приводили остроумный ответ Больцмана: «Подите-ка, поверните их» — на замечание Лошмидта (см. гл. 1).

Обстоятельства, при которых прозвучал этот ответ, таковы. Когда в 1872 г., во время лекции, Больцман сказал, что энтропия (т. е. мера беспорядка) изолированной системы с течением времени необратимо возрастает, присутствовавший в зале его друг Й. Лошмидт встал с места, чтобы выразить свое несогласие. Он указал, что законы, по которым движутся все частицы, симметричны относительно времени (так как в уравнения механического движения Ньютона время входит в квадрате, а значит, уравнения симметричны по отношению к замене $+t$ на $-t$), поэтому любую систему, перешедшую от упорядоченного состояния к хаосу, можно снова сделать упорядоченной, просто «обратив» импульсы всех частиц без изменения полной кинетической энергии системы. Приведенная фраза Больцмана и была ответом на это выступление Лошмидта.

В этом столкновении научных мнений ярко выразился «парадоксальный» характер второго начала термодинамики. Больцман, как мы увидим в гл. 7, нашел достаточно убедительные аргументы для ответа на возражения Лошмидта. Тем не менее в этом возражении есть положительное содержание. Если бы можно было снять на кинопленку движение небольшого числа одинаковых частиц, то, просматривая такой кинофильм, ни один физик не смог бы установить, где у прокручиваемой пленки начало, а где конец. Именно в таком смысле можно понимать «парадокс Лошмидта». В настоящее время известно несколько способов, при помощи которых осуществляется лошмидтово «обращение» времени. Другими словами, систему частиц, казалось бы полностью вышедшую из состояния высокой упорядоченности, можно вернуть в это состояние, изменив на обратное направление движения (или направление изменения других степеней свободы) всех частиц в системе. Таким образом, система частиц (атомов) может как бы «помнить» о своем прежнем состоянии.

Чтобы продемонстрировать это, систему нужно в некотором смысле слова подготовить, создав в ее внешне разупорядоченном состоянии некую «скрытую упорядоченность». В качестве примера укажем на атомные системы (твердые, жидкие или газообразные), в которых скрытая упорядоченность создается путем воздействия на образец когерентным электромагнитным излучением разного типа — радиочастотным, сверхвысокочастотным или лазерным (звуковые волны тоже подходят для этого). Возврат подобной системы к упорядоченному состоянию обнаруживается, когда образец испускает импульс собственного когерентного электромагнитного излучения — как бы «эхо» полученного им ранее импульса внешнего излучения (сюда относятся так называемые эффекты спинового эха, фотонного эха и некоторые другие).

Эти эффекты, конечно, не опровергают второго начала термодинамики, которое имеет место для изолированной (замкнутой) системы, так как в них на какое-то (пусть и очень краткое) время система делается открытой; кроме того, наше восприятие течения времени через наблюдаемый поток событий не позволяет быстро раскрыть «скрытую упорядоченность» в кажущихся полностью разупорядоченными явлениях. Может быть, хорошим примером, поясняющим суть дела, будет следующая наглядная и достаточно простая ситуация[8].

Что такое скрытая упорядоченность, можно пояснить, пользуясь следующей аналогией. Представим себе группу бегунов, выстроившихся на линии старта кольцевой беговой дорожки. По выстрелу из стартового пистолета все бегуны начинают бег и растягиваются в цепочку по дорожке, так как каждый бежит со своей (определенной) скоростью. После того как они несколько раз пробегут по кругу, одни из них обгонят дру-

---

[8] *Brewer R. G., Hann E. Z.*— Sci. Amer., 1984, N 6, p. 251.

гих, и уже не будет заметно какой-либо связи между положением бегунов на дорожке и их скоростью. Тот, кто не видел начала бега, может подумать, что в расположении бегунов не было никакого порядка, — это просто неупорядоченная система.

Предположим теперь, что по условиям соревнований бегуны должны, услышав второй выстрел из стартового пистолета, сделанный через t минут после старта, повернуть и бежать в обратном направлении. Если они будут бежать назад с теми же скоростями, с которыми бежали вперед, то постепенно они сблизятся, и ровно через $2t$ минут после начала забега все одновременно пересекут линию старта. Таким образом, первоначальная упорядоченность восстановится (заметим, однако, что эту систему только при ряде упрощающих допущений можно назвать замкнутой в термодинамическом смысле слова и что после пересечения линии старта упорядоченность снова нарушится).

Впрочем, мы отклонились от главной линии изложения, увлекшись интересным вопросом, который непосредственно связан с проблемой «стрелы времени» [9].

Вернемся к нашей основной теме.

Применение дифференциальных уравнений механики для описания поведения совокупности большого числа очень малых частиц сталкивается с непреодолимыми препятствиями, обусловленными именно этим огромным их числом, даже если известны строение и законы взаимодействия частиц. Поэтому такое описание должно быть заменено другими подходами, для которых большое число частиц не только не являлось бы препятствием для систематического изучения состоящих из них тел, а, напротив того, облегчало бы такое исследование; желательно, чтобы эффективность этих подходов не слишком ограничивалась недостатком сведений о структуре и характере взаимодействия частиц.

Методы теории вероятностей вполне удовлетворяют этим условиям. Теория вероятностей как раз изучает явления, происходящие в ансамбле большого числа элементов, причем отыскиваются такие закономерности, которые обусловлены преимущественно этим большим числом элементов; эти закономерности слабо зависят от природы отдельных частиц. Поэтому необ-

---

[9] *Layzer D.* The arrow of time.— Sci. Amer., 1975, vol. 233, N 6, p. 56—59.

ходимость использования теории вероятностей для описания таких систем не вызывает сомнений, а вопрос идет лишь о конкретной форме и масштабах применения этой теории.

Хотя в 70-х годах XIX в. теория вероятностей была довольно разработанным разделом математики, ее применения в науке были спорными. Это понятно, так как XIX век был столетием господства детерминизма. С тех пор как в середине XVII в. шевалье де Мере, известный член Парижского игорного клуба, попросил знаменитого Блеза Паскаля подсчитать его шансы выиграть в некоторых ситуациях азартной игры в игральные кости, теория вероятностей пользовалась дурной славой делать неуверенные предсказания в неопределенных обстоятельствах.

В первых исследованиях Максвелла и Больцмана применения теории вероятностей, естественно, не имеют еще сколько-нибудь систематического характера и не претендуют на роль основы анализа закономерностей указанных выше систем. Для этого начального периода характерны следующие две черты: 1) довольно далеко идущие гипотезы о строении и законах взаимодействия частиц (обычно упругие шары), законы соударения которых существенно используются при построении теории; 2) понятия теории вероятностей являются недостаточно отчетливыми, а предельные теоремы теории вероятностей, которые наиболее полно выражают ее метод, не применяются.

Исследования Клаузиуса, Максвелла, Больцмана применялись скорее к частицам системы, чем к независимым системам. В дальнейшем статистические исследования были распространены на фазы (или состояния по конфигурации и скорости), сменяющие одна другую в данной системе с течением времени. Как отметил Гиббс: «Явное рассмотрение большого числа систем, их распределение по фазам и постоянства или изменения этого распределения с течением времени встречаются впервые, вероятно, в статье Больцмана „Связь между законами поведения многоатомных молекул газа с принципом последнего множителя Якоби" (1871)» [13].

На самом деле название этой статьи Больцмана «Некоторые общие теоремы о тепловом равновесии». Название, приведенное Гиббсом, — это заголовок первого параграфа этой статьи.

Какие трудности для современников представляло применение теории вероятностей в кинетической теории как в идейном, так и в математическом смысле, можно увидеть, раскрыв вышедшую в 1877 г. книгу О. Э. Мейера [150], посвященную кинетической теории (особенно гл. 3 «Закон Максвелла», а в ней § 19 «О применимости исчисления вероятностей к кинетической теории»), и математическое дополнение к этой главе в конце книги. Практически все то, что являлось особенно важным в работах Больцмана с нашей современной точки зрения, осталось непонятным и для Ф. Розенбергера, автора «Истории физики» [40], в третьем томе которой, вышедшем в 1890 г., излагаются некоторые работы Больцмана по кинетической теории газа (Гиббс в ней вообще отсутствует).

В 1872 г. Больцман сформулировал знаменитую H-теорему [4, с. 125—129], имея в виду доказать, что любое неравновесное распределение стремится перейти в равновесное. Он рассматривал изолированную систему (одноатомный газ в отсутствие внешних сил). В дальнейшем он обобщил свое рассмотрение на случай многоатомных газов.

Больцман показал [4, с. 125], что функция

$$H=\int f \ln f dx\, dy\, dz\, du\, dv\, dw \tag{18}$$

(интегрирование распространяется на все возможные значения переменных) не испытывает никаких изменений ни за счет поступательного движения молекул, ни за счет внешних полей с того момента, когда газ заключен в сосуд, стенки которого неподвижны и не получают и не отдают никакой энергии молекулам газа.

При этих условиях производная по времени функции H принимает вид

$$\frac{dH}{dt}=\int \ln f\,(f'f_1'-ff_1)\,Vb\,dx\,dy\,dz\,du\,dv\,dw\times \times du_1\,dv_1\,dw_1, \tag{19}$$

где интеграл, как всегда, распространен на все возможные значения переменных. Далее с помощью простых преобразований (но довольно утомительных вычислений) найдем

$$\frac{dH}{dt}=\frac{1}{4}\int [\ln (ff_1)-\ln (f'f_1')]\,(f'f_1'-ff_1)\times \times Vb\,dx\,dy\,dz\,du\,dv\,dw\,du_1\,dv_1\,dw_1\,db\,d\varphi. \tag{20}$$

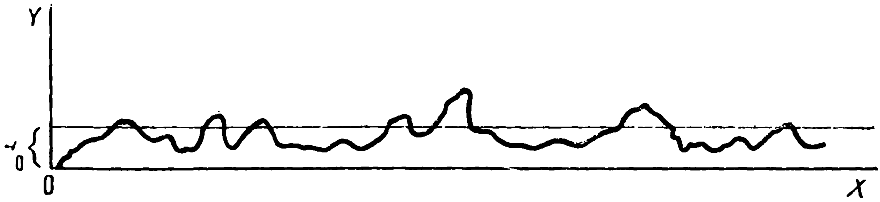


Рис. 1. ***H*-кривая Больцмана [4, с. 462]**

Это выражение существенно отрицательно. Величина H может только убывать, и, так как она не может принять значение $-\infty$, она должна стремиться к минимуму, для которого $ff_1 = f'f'_1$ и который соответствует статистическому равновесию. Больцман получает в конце концов

$$\frac{dH}{dt} \leqslant 0, \tag{21}$$

причем равенство в (21) имеет место лишь в случае, если для любых двух скоростей $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$ имеем $f_1f_2 = f_1'f_2'$ (подробнее об H-кривой на рис. 1 см. с. 157).

Исторически H-теорема Больцмана сыграла важную роль в развитии статистической механики. Однако следует отметить, что H-теорема определяет равновесное выражение только для одночастичной функции распределения. Очевидно, что N-частичные системы нельзя адекватно описать такой одночастичной функцией распределения.

Только в модификации H-теоремы, принадлежащей Гиббсу, она определяет равновесную N-частичную функцию распределения.

Подведем некоторый итог. Если функция H в начальный момент времени сильно отличается от минимального или равновесного значения, то это значение достигается быстро (например, время релаксации газа при комнатной температуре и атмосферном давлении $\sim 10^{-7}$ с). Выражение для равновесной функции распределения может быть выведено с помощью (15) или из условия минимума H в случае равновесия, причем и в том и в другом случае должны выполняться дополнительные условия постоянства полного числа частиц, полной энергии и полного импульса. В итоге будет получено обобщенное максвелловское распределение. Итак, можно сформулировать следующий вывод: при некоторых допущениях H должна только убывать в силу столкновений между частицами до тех пор, пока не станет максвелловской функция распределения. Это положение и известно как H-теорема Больцмана.

В последние годы было произведено множество расчетов с целью проверить предсказания Больцмана. Так, H-функцию вычисляли на ЭВМ, например, для двумерных твердых шаров (дисков). В качестве начального распределения были выбраны диски с центрами, расположенными в узлах квадратной решетки, и с изотропным распределением скоростей. Результаты этих расчетов, приведенные на рис. 2, подтверждают предсказание Больцмана о поведении $H(t)$.

Классическая механика, как мы уже отмечали, не знает предпочтительного направления во времени. Термодинамика, напротив, выделяет предпочтительное направление времени, именно то направление, в котором энтропия возрастает. Что случится, если мы обратим направления всех скоростей всех молекул газа? Такое обращение вводит корреляции между скоростями, которые нарушают предположение о случайных (беспорядочных) начальных условиях в H-теореме Больцмана.

Однако после некоторого количества соударений эти корреляции уничтожаются, и энтропия системы вновь возрастает. Такое поведение лучше всего делается наблюдаемым при моделировании на ЭВМ (рис. 3). После обращения скоростей (после 50 и 100 соударений) система (показанная выше на рис. 2, начальное распределение скоростей изотропно) отклоняется от равновесия на время 50—60 соударений, но после этого периода, который для разреженного газа соответствует только 10^{-6} с, она возвращается к термодинамическому поведению (выполнению H-теоремы).

Отметим в заключение еще одну принципиальную особенность теоремы Больцмана — ее универсальность: независимо от характера микроскопических взаимодействий H-функция имеет один и тот же универсальный вид.

H-теорема позволяет утверждать следующее.

1. Пусть f_M — максвеллово распределение, тогда H пропорционально энтропии; если определить энтропию газа S неравновесных систем так, что она будет пропорциональна $-H$, то получим обобщенный второй закон термодинамики: энтропия возрастает, пока система не окажется в равновесии (см. гл. 6).

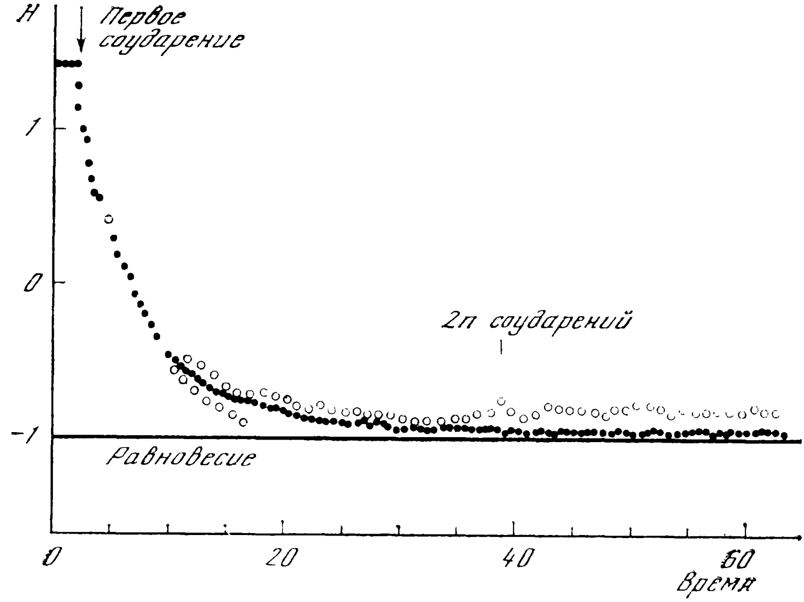


Рис. 2. Эволюция функции *H* со временем, расчет на ЭВМ (см. *Bellemans A.*, *Orban J.*— Phys. Lett., 1967, vol. 24A, p. 620)

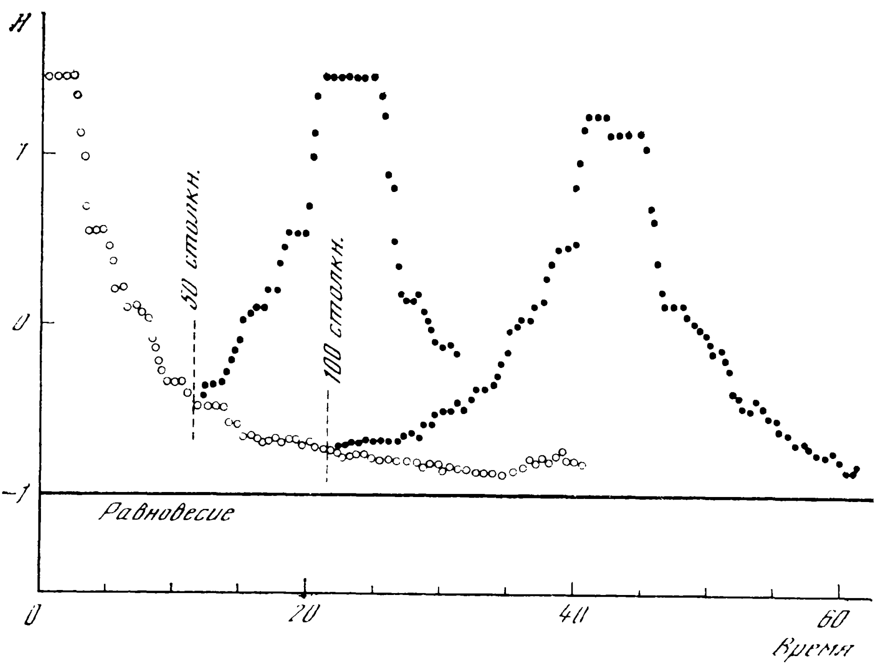


Рис. 3. Эволюция *H*-функции Больцмана для системы 100 двумерных твердых дисков, которые в начальный момент времени имели скорости, распределенные изотропно

Черные кружки показывают поведение системы в том случае, когда скорости обращены после 50 и 100 столкновений соответственно (см. *Bellemans A.*, *Orban J.*— Phys. Lett., 1967, vol. 24 A, p. 620)

2. Так как $H \sim S$, то энтропия есть мера неупорядоченности системы; отсюда возникает возможность говорить, что энтропия есть мера нашей собственной информации о положениях и скоростях частиц. Если мы знаем только полное число частиц и полную энергию, тогда распределение Максвелла—Больцмана соответствует минимальной величине информации.

Глава 5

Молекулярно-кинетическая теория газа в последней четверти XIX — начале XX в.

Рассмотрим кратко, какие работы в больцмановском направлении развития молекулярно-кинетической теории имели место в период его активного научного творчества. Мы не будем здесь, естественно, касаться работ гениального «йельского отшельника» Гиббса[1]. Существенно также отметить те новые экспериментальные факты, которые появились за 40 лет (1866—1906) в области исследования физики молекул, атомов и «субатомных» частиц и которые подтверждали атомистику Больцмана еще до experimentum crucis — броуновского движения.

Заметим, что работы, в которых рассматривались различные варианты механической теории теплоты в эпоху Клаузиуса, Максвелла, Больцмана, в настоящее время имеют лишь исторический интерес. К ним относятся, например, исследования Ранкина, который в 1850 г. рассматривал теплоту как скрытое движение частиц (гипотеза молекулярных вихрей). Назовем еще книги, появившиеся в 50—60-х годах XIX в. (более поздние принадлежат Бэрбери, Уотсону и др.): [187, 165, 150, 182, 78].

Одним из первых шагов в определении характеристик атомов (размеры d) и числа молекул в $см^3$ или грамм-атоме газа (число Лошмидта, число Авогадро) были расчеты, выполненные еще в 60-х годах (1866) и давшие разумные по порядку величины значения.

[1] Ознакомиться с творчеством Гиббса в области молекулярно-кинетической теории и статистической механики можно по книге: *Гиббс Дж. В.* Избранные научные труды. Сер. «Классики науки». М.: Наука, 1982.

Оказалось, что $d \sim 10^{-8}$ см, а N лежит между 10^{23} и 10^{24} [98]. Современные значения: число Авогадро $N=6{,}025\cdot10^{23}$ г-мол$^{-1}$, а радиус первой боровской орбиты водорода $a_0=h^2/me^2=5{,}2917\cdot10^{-9}$ см.

Оценки, подобные сделанной Лошмидтом [135, с. 395], были вскоре после него опубликованы Дж. Стони (1868), Л. Мейером (1867), Л. Лоренцем (1870), У. Томсоном (1870) [99—102]. У. Томсон показал, что и некоторые другие методы, помимо молекулярно-кинетической аргументации Лошмидта, приводят к близкой оценке, полученной им, нижней границы атомных размеров.

Шаг вперед в этой проблеме был сделан в 1905 г. А. Эйнштейном. Статья Эйнштейна «Новое определение размеров молекул» [52, с. 75—91], опубликованная 30 апреля 1905 г., является перепечаткой (с дополнением) его диссертации на соискание степени доктора философии и представляет собой первую работу по теории броуновского движения. Она была представлена профессорами М. Клейнером и Г. Буркхардтом на естественно-математическую секцию высшего философского факультета Цюрихского университета. В ней получено соотношение Эйнштейна между подвижностью и коэффициентом диффузии, а также развит новый метод определения размеров молекул, основанный на поведении молекул растворенного вещества в слабом недиссоциированном растворе. Найдя общие формулы для N и d в этом случае, Эйнштейн на основе экспериментальных данных о коэффициентах внутреннего трения и диффузии для водного раствора сахара определил $d\cong7\cdot10^{-8}$ см, $N=3{,}3\cdot10^{23}$. Найденное значение N, как отмечает Эйнштейн, по порядку величины удовлетворительно согласуется со значениями этой величины, полученными другими методами.

Формула, выведенная Больцманом для коэффициента взаимной диффузии двух газов, позволила в 1902 г. Ланжевену и Рике вычислить размер ионов [129, с. 364] и показать, что они состоят из «агломерата небольшого числа нейтральных молекул, удерживаемых силами электрического притяжения вокруг заряженного центра» [20, с. 296].

В 1885 г. П. Тэт (1831—1901) опубликовал первую из серии статей «Об основаниях кинетической теории газов», в которой он попытался дать сжатое изложение проблемы и разработать многие вопросы, оставшиеся не рассмотренными Максвеллом. К сожалению, по-видимому, Тэт не имел времени изучить работы Больцмана. Поэтому во многих случаях он получает результаты, ранее найденные Больцманом, и допускает многочисленные неточности.

Продолжается дискуссия по отдельным конкретным положениям кинетической теории, основы которой принимались за исходный пункт анализа. Так, например, «возражения Кельвина против кинетической теории были милы сердцу тех, кого больше занимало соответствие между результатами эксперимента и выводами теории, чем философские соображения» [27, с. 344]. Кельвин возражал против теоремы о равномерном распределении энергии по степеням свободы на том основании, что во многих многоатомных молекулах некоторые степени свободы оказывались «замороженными» (например, H_2).

Кельвин, описывая, чем он занят, замечает, что интересующие его проблемы возникают и решаются так или иначе «...кроме никогда не кончающихся математических злоключений с кинетической теорией газов, законом Больцмана—Максвелла и т. д.» [118, с. 1150].

Рэлей [162] возражал Кельвину, который считал теорему о равномерном распределении энергии по степеням свободы недоказанной и, вероятно, неверной. Как мы теперь знаем, все эти проблемы, строго говоря, возникли из-за квантовой, тогда еще неизвестной природы молекул. Однако, насколько они волновали физиков конца XIX в., видно из балтиморской лекции Кельвина [119]: «Тучи над динамической теорией теплоты и света, появившиеся в XIX в.». Безусловно, что «именно его (У. Томсона.— *Л. П.*) энтузиазм при обсуждении... вопросов (о природе атомов и молекул.— *Л. П.*), его серьезность при публичном их обсуждении придали изучению этих в высшей степени спекулятивных тем оттенок респектабельности и тем самым проложили путь для развития современной физики» [27, с. 347].

Русский физик В. А. Михельсон (1860 — 1927) исследовал распределение энергии в спектре абсолютно черного тела, используя статистические методы, и был одним из основоположников физики горения. В своей диссертации «Второй закон термодинамики с точки зрения аналитической механики и теории вероятностей» (1883) [26] он проанализировал различные механические обоснования второго закона термодинамики. Развивая идеи Больцмана, он указывал, что невозможно вывести этот закон из одних принципов механики, без привлечения понятия вероятности. В 1885 г. Н. Н. Пирогов[2] (1843—1891) рассмотрел различные выводы закона распределения частиц газа по энергии (и скорости) и дал свой вывод, который, однако, оказался нестрогим и не содержал доказательства единственности решения. В 1886 г. он опубликовал работу «Новое доказательство второго начала термодинамики» [31, с. 307].

В 1879 г. выдающийся русский ученый А. Г. Столетов (1839—1896) произнес речь в торжественном собрании Московского университета. Он посвятил эту речь развитию теории газа. Столетов хотел показать в конце своей речи, что молекулярно-кинетическая теория газа — важнейший шаг в попытках «...проникнуть в мир тех незримо малых, из которых слагается вещество. Такова роль кинетической теории газов как первого шага в решении этой великой задачи» [44, с. 159].

В 1884 г. Б. В. Станкевич (1860—1917) опубликовал книгу [42], посвященную кинетической теории газов, в которой, кроме изложения уже известных результатов, он рассмотрел доказательства закона распределения Максвелла и уточнил анализ ряда вопросов кинетической теории переноса. Б. В. Станкевич и далее работал над проблемами кинетической теории газа и рассматривал распределение Максвелла, которое он считал «краеугольным камнем динамической теории газов» [43, с. 1].

В 1887 г. Лоренц [133] рассмотрел одно важное утверждение Больцмана о функции распределения. Мы не останавливаемся на анализе этой и других важных работ Лоренца, посвященных молекулярно-кинетической теории Больцмана.

Больцман в 1904 г. на Конгрессе в Сент-Луисе в своем докладе [65] обратил внимание слушателей на великую книгу Дж. В. Гиббса «Основные принципы статистической механики», только что опубликованную. Возможно, Больцман чувствовал, что изложение статистической механики, выполненное американским ученым, окажется более приемлемым для потомков в XX в.,

---

[2] Сын известного русского хирурга Н. И. Пирогова занятия наукой совмещал с коммерцией и службой в Министерстве финансов в Петербурге. Его научные работы относятся к кинетической теории материи и теории реальных газов.

чем построенное им громоздкое и во многих частях несоразмерное здание.

Даже во Франции, где было велико влияние позитивизма А. Пуанкаре, отношение к кинетической теории резко улучшается. Появляются работы [71, 128] ученых нового поколения — М. Бриллюэна (1854—1948) и П. Ланжевена (1872—1946), которые пытались истолковать и улучшить теорию Максвелла и Больцмана.

По мнению Ланжевена, развитие вероятностных концепций в физике требует рассмотрения двух основных вопросов [21, с. 257]: 1) отыскания наиболее вероятного распределения, которое может принять система в заданных условиях (уравнение состояния жидкостей, статистика газов, теории магнетизма, электро- и магнитно-оптических явлений, теории излучения и теплоемкостей, статистическое объяснение законов термодинамики); 2) определения роли самопроизвольных флуктуаций системы около этого распределения, которое наиболее вероятно, но не является единственно возможным, а лишь наблюдается в среднем.

В начале XX в. физик и астрофизик Дж. Джинс (1877—1946), прославившийся в физике работами по теории теплового излучения, опубликовал серию статей по кинетической теории газа, в основном в «Philosophical Magazin» [115], которые не могли не быть известными Больцману, регулярно следившему за этим научным журналом. В 1904 г. Джинс опубликовал книгу, посвященную этой теории [114].

М. Планк первоначально придерживался феноменологической позиции и скептически относился к молекулярно-кинетической теории газа [33, с. 656]. Поэтому он поддерживал наступление на Больцмана со стороны Цермело, своего ученика и сотрудника. Однако в 90-х годах Планк принял статистическую интерпретацию второго закона термодинамики и вскоре стал одним из лучших знатоков теории Больцмана.

Именно используя статистический подход, Планк в 1900 г. пришел к своему открывшему новую эпоху в физике квантовому закону распределения энергии в спектре излучения абсолютно черного тела.

В 1905 г. Х. А. Лоренц (1853—1928) выступил с докладом «Термодинамика и кинетическая теория» на заседании Французского физического общества. Он начал свой доклад с указания на существование двух типов теорий, один из которых пытается «проникнуть во внутренний смысл явлений; он хочет его представить как движение молекул, атомов... ионов и электронов»... а другой — дать описание, исходя из общих принципов физики. Не останавливаясь на конкретном содержании этого интересного доклада, отметим лишь, что, по мнению Лоренца, «статистический метод, развитый как ветвь механики и изложенный в книгах Гиббса и Больцмана, принес большие успехи в их исследованиях молекулярной теории» [132].

В то время как в последней четверти XIX в. английские и немецкие физики обратили свое внимание в основном на фундаментальные вопросы кинетической теории газов (строгий вывод распределения Максвелла, связь макроскопической необратимости и микроскопической обратимости, H-теорема Больцмана, теорема возврата и т. п.), датские физики блестяще развивали различные приложения этой теории. Здесь необходимо прежде всего отметить важнейшие работы Ван-дер-Ваальса, который в 1873 г. предложил известное уравнение состояния реальных газов и жидкостей, и исследования его учеников, определявших поправки к законам идеальных газов при высоких давлениях. Лоренц использовал кинетическую теорию как основу его теории электронов в металлах и решил уравнение Больцмана для специального случая смеси тяжелых и легких частиц.

Таким образом, во всех ведущих в области теоретической физики странах идет интенсивная разработка вопросов молекулярно-кинетической теории, постепенно прокладываются пути ко все более точному количественному эксперименту, который позволил бы установить характеристики движения молекул и связать их поведение с макроскопическими свойствами вещества.

В начале XX в. в «Annalen der Physik» появилась серия работ А. Эйнштейна, с которыми мог ознакомиться Больцман. Эти работы развивали основные направления молекулярно-кинетической теории теплоты (со ссылками на Больцмана). Перечислим эти статьи Эйнштейна. В 1902 г. появилась статья «Кинетическая теория теплового равновесия и второго начала термодинамики», в 1903 г. — «Теория основ термодинамики», в 1904 г. — статья «К общей молекулярной теории теплоты», в 1906 г. опубликована диссертация Эйнштейна «Новое определение размеров молекул» (ранее опубликована в 1905 г. Цюрихским университетом), в 1905 г.—

Автор статьи	Название статьи
А. Эйнштейн	О движении взвешенных в покоящейся жидкости частиц, требуемом молекулярно-кинетической теорией теплоты
А. Эйнштейн	К теории броуновского движения
А. Эйнштейн	Новое определение размеров молекул
М. Смолуховский	Средний путь газовых молекул и его связь с теорией диффузии
М. Смолуховский	К кинетической теории броуновского молекулярного движения и суспензии

«О движении взвешенных в покоящейся жидкости частиц, требуемом молекулярно-кинетической теорией теплоты» и, наконец, в 1906 г. — «К теории броуновского движения» [52].

В 1905 г. увидела свет замечательная работа Эйнштейна «Об одной эвристической точке зрения, касающейся возникновения и превращения света», которая хотя и не относится прямо к молекулярно-кинетической теории, но как бы распространяет (с необходимыми оговорками) атомистическую концепцию на свет.

В 1915 г. Эйнштейн изложил свои взгляды на атомистику, в некотором смысле слова ретроспективные, в статье «Теоретическая атомистика» [93]. Характеризуя значение установленной Больцманом связи вероятности состояния с энтропией, Эйнштейн пишет: «Замечательная идея Больцмана представляет большую ценность для теоретической физики... главным образом потому, что она дает эвристический принцип, значение которого выходит далеко за пределы молекулярной механики» [52, с. 336—352].

Принципиальное значение имела постановка Эйнштейном задачи о движении взвешенных в покоящейся жидкости частиц. Эйнштейн говорит, отчетливо формулируя альтернативу: «Если рассматриваемое движение вместе с ожидаемыми закономерностями действительно будет наблюдаться, то классическая термодинамика не может считаться вполне справедливой уже для микроскопически различимых областей, и тогда возможно

Дата		Журнал
поступления в редакцию	выхода в свет	
11 мая 1905 г.	18 июля 1905 г.	Ann. Phys., 1905, Bd. 17, S. 549
19 декабря 1905 г.	До июля 1906 г.	Ann. Phys., 1906, Bd. 19, H. 2, S. 371
	До июля 1906 г.	Ann. Phys., 1906, Bd. 19, H. 2, S. 289
		Bull. Intern. Acad. Sci. Cracovie, 1906, N 3, p. 202
7 сентября 1906 г.		Ann. Phys., 1906, Bd. 21, H. 4, S. 756

точное определение истинных атомных размеров. Если же, наоборот, предсказание этого движения не оправдается, то это будет веским аргументом против молекулярно-кинетического представления о теплоте» [52, с. 350].

Эта работа А. Эйнштейна (1905) [52, статья 5] появилась в свет одновременно с двумя его другими основополагающими статьями, посвященными специальной теории относительности и квантам света. М. Борн сказал, что этот том «Annalen der Physik» — одна из замечательных книг во всей научной литературе — «... три статьи Эйнштейна... с различным предметом... каждая является сегодня признанным шедевром, началом новой области физики» [9, с. 172].

Статистическая механика многим ученым казалась недостаточно обоснованной [3], пока не были обнаружены явления, наглядно демонстрирующие ее законы. Таким явлением оказалось броуновское движение, теория которого дана Эйнштейном в 1905 и 1906 гг. и М. Смолуховским [11]. Далеко идущие выводы из работ Эйнштейна многократно обсуждались в научной литературе, а исследования Смолуховского привели к созданию строгой статистической теории броуновского движения. Они сыграли очень важную роль в развитии физики и

[3] Эйнштейн восклицает в конце статьи: «Если бы какому-либо исследователю удалось вскоре ответить на поднятые здесь важные для теории теплоты вопросы!» [52, т. 3, с. 117].

математики. Отметим здесь прежде всего теорию марковских случайных процессов, открытие меры Винера, находящей применение в квантовой теории поля.

Больцман сознавал важность броуновского движения для атомистики [4]. Однако обычно авторы, пишущие о Больцмане, мало или совсем не обращают внимания на то, что основные работы, посвященные теории броуновского движения, а именно статьи А. Эйнштейна и М. Смолуховского, появились еще при жизни Больцмана, в 1905—1906 гг. Некоторые данные об этом приведены в таблице на с. 114—115.

Напомним, что в июне 1905 г. Больцман прочитал 30 лекций в летней школе Калифорнийского университета (Беркли, США). 21 января 1905 г. он сделал в Философском обществе Вены доклад о Шопенгауэре, а 28 октября 1905 г. — свой последний доклад в этом обществе; предисловие к книге «Populäre Schriften» помечено 5 июня 1905 г.

Во всяком случае в 1905 г. Больцман был в прекрасной форме. Работы Эйнштейна, опубликованные в основном в то время физическом журнале на немецком языке («Annalen der Physik»), он не мог не прочесть (он следил за этим журналом). С важнейшей статьей Смолуховского дело обстоит сложнее, но как раз в это время Смолуховский был в Вене [72]. Вряд ли он не беседовал с Больцманом, и еще менее вероятно, что Смолуховский не ознакомил его с содержанием своей работы. Тем не менее решающее для подтверждения молекулярно-кинетической теории значение работ Эйнштейна и Смолуховского о броуновском движении нигде не отмечено Больцманом, и он ни разу не сослался на работы своих младших коллег, работы, столь важные для утверждения дела всей его жизни! Ведь Больцман говорил: «Отдельный человек может достигнуть большого значения только благодаря полной преданности какой-либо идее».

Почему же он ничего не сказал? Не успел? Не мог? Не хотел?

Вряд ли теперь можно ответить на эти вопросы. К сожалению, Брода [72], который еще мог побеседовать со многими людьми, лично знавшими Больцмана,

[4] В статье «Entgegnung auf einen über das Glück gehalten Vortrag» (1904) он говорит о значении броуновского движения молекул и движении в нем маленьких комочков (Klümpchen) [63, S. 368].

обошел этот вопрос молчанием. Предоставим его решение будущим исследователям.

Закончим главу словами А. Зоммерфельда: «И то, что впервые лишь в год смерти Больцмана созрело такое подтверждение атомистики, которое заставило замолчать всех сомневающихся и противников, есть трагическое стечение обстоятельств» [16, с. 150].

Глава 6

Дискуссия в Британской ассоциации содействия прогрессу науки

Больцман любил путешествовать и много путешествовал. Из совершенных им заграничных поездок особое значение для его научной деятельности имели поездки в Англию, в Оксфорд, и в Соединенные Штаты Америки, в г. Сент-Луис и в Калифорнийский университет.

Вряд ли кто-нибудь из читателей этой книги не знает о двух знаменитых университетах Англии — Оксфордском и Кембриджском. С самого начала своего существования, т. е. с XIII в., Оксфордский университет выступает как активный центр умственной жизни. Три известных имени делают его знаменитым. Это Эдмунд Рич, впоследствии примас английской церкви, первый распространитель книг «нового» Аристотеля; затем Роберт Гроссет —первый канцлер молодого университета, впоследствии епископ линкольнский, и широко известный в свое и наше время Роджер Бэкон (1214 — 1292). Это был необычайно смелый в своих взглядах и выводах человек, математик и физик, враг схоластики (уже в XIII в.!) и упорный экспериментатор, практик и неустанный борец за свои идеи. В изучении «философии» он подчеркивал важную роль математики, считая ее дверью и ключом ко всему естествознанию, и всячески подчеркивал существенную, если не решающую, роль опыта. Со временем эти взгляды постепенно вошли в плоть и кровь ученых, работавших в Оксфордском университете.

Вот в этом-то университетском городке с прочными историческими (и весьма аристократическими) традициями в 1894 г. собралась на свое очередное годичное заседание Британская ассоциация содействия прогрессу науки. Что собой представляла эта организация?

Британская ассоциация содействия прогрессу науки была основана в 1831 г. Англия победила в войнах с Наполеоном, но наука в Англии явно отставала от развития науки в континентальной Европе. Уже в 1826 г. об этом стали говорить многие известные ученые того времени. Одним из первых был Дж. Гершель, а Г. Дэви начал писать книгу на эту тему, но не закончил ее, так как умер в 1829 г. Ч. Бэббедж (1792 – 1871), профессор математики Лукасовской кафедры в Кембридже, опубликовал в 1830 г. «Размышления об упадке науки в Англии». Эта статья была подробно обсуждена в «Quarterly Review» Д. Брюстером [1] (1781–1868) – старейшиной шотландских естествоиспытателей 30-х годов прошлого века, ректором Эдинбургского университета, который не только рассмотрел работу Бэббеджа, но и проанализировал состояние науки в Англии в целом в сравнении с другими странами.

Брюстер был человек весьма активного темперамента и писал вполне в стиле того времени: «Когда меч был вложен в ножны, казалось, что это должно было быть сигналом для всеобщих усилий для восстановления истощенных ресурсов, оживления промышленности и культуры и направления на решение этих проблем гения и таланта, которые война либо истощила на службе ей, или подавила в своем опустошительном действии. В этом соперничестве одна Англия колебалась принять участие. Поднятая своими военными успехами, она, казалось, смотрела с презрением на куда более незначительные успехи своих философов, полагаясь на свое преобладание в науке в прошлом... Подкупленные иностранным золотом или обласканные иностранной вежливостью, мастера своего дела покидали свою работу – машинная техника экспортировалась на отдаленные рынки; открытия и изобретения ее философов, которыми дома пренебрегали, жадно реализовались за границей...» Эта печальная картина была тем более удивительна, что политическое и экономическое состояние страны возвращалось к нормальному уровню. «Нет ни одного философа, – пишет Брюстер, – который получал бы пенсию, содержание или занимал бы

[1] Дэвид Брюстер снискал известность исследованиями в области кристаллооптики и как изобретатель калейдоскопа, ему принадлежит «закон Брюстера».

синекуру, достаточную для того, чтобы поддержать его и его семью на самом скромном уровне... наука и техника Англии находятся в разбитом состоянии депрессии, и их упадок главным образом обязан невниманию и безразличию правительства...»[2]. Так, Джеймс Уатт, который умер в 1819 г., не получил никакой награды.

Для улучшения положения и состояния науки в Англии Брюстер предложил создать организацию по образцу Немецкого общества естествоиспытателей, основанного Лоренцем Океном (1779 – 1851), первое собрание которого состоялось в 1822 г. в Лейпциге. Брюстер обратился за поддержкой в создании аналогичного общества (предполагавшееся первоначально название его: Society of British Cultivators of Science) к Джону Филлипсу (John Phillips) — секретарю Йоркширского философского общества. Это Общество было основано в 1821 г. (и имело в своем составе около 500 членов). Оно преследовало цель способствовать развитию науки созданием библиотеки, публичными лекциями, обеспечением научных исследований приборами. Более частной его задачей было изучение геологии Йоркшира.

Это Общество и магистрат города Йорка поддержали Брюстера, и первое собрание новой организации состоялось в Йорке вечером 26 сентябя 1831 г. под председательством У. Харкура (1789 – 1871), а секретарем был упомянутый выше Дж. Филлипс.

Уильям Харкур так охарактеризовал намерения учредителей: «Дать более сильный толчок и более систематическое направление научным исследованиям, содействовать развитию знаний и устранению препятствий, тормозящих прогресс, а также содействовать взаимным связям работников науки между собой и с иностранными учеными...»[3], а также определять «точки роста» и знакомить государственных деятелей с прогрессом науки устами самих ученых.

По примеру съездов немецких естествоиспытателей и врачей Британская ассоциация (British Association for the Advancement of Science) проводила свои собрания в различных городах Великобритании. На съезды приглашались ученые из других стран. Так, на собрание 1894 г. в Оксфорде был приглашен Больцман.

---

[2] Цит. по: *Orang A. D.* The origin of British association for the advancement of science.— Brit. J. Hist. Sci., 1972, vol. 6, p. 152—176.

[3] Ibid., p. 157.

Забавно отметить, что председатель первого собрания ассоциации начал свое выступление со слова «джентльмены», так как женщины не допускались, что в дальнейшем стало источником бурных дискуссий.

Открытый характер заседаний ассоциации и интерес к ним широкой публики вызвали много фельетонов в ежедневной прессе того времени. Серия статей в «Times» последовала немедленно за собранием в 1832 г. в Оксфорде, и число их достигло апогея в 1837 г., когда была опубликована статья Чарлза Диккенса «Отчет о заседании Ассоциации грязевых лягушек для содействия развитию всего». Эта «Ассоциация» имела дополнительную секцию «клоповедения и изучения сточных вод», в которой ее члены проводили «френологический анализ кокосового ореха» (*Orange A. D.* The idols of theatre: The British association and its early critics. — Ann. Sci., 1975, vol. 32, p. 277—294).

Созданная таким образом ассоциация ежегодно собиралась в различных городах Англии, а позднее и ее доминионов и колоний. Первым избранным председателем ее был Чарлз Уильям Мильтон (1786 — 1857), член Королевского общества и член парламента от Йоркшира. В 1894 г., когда Больцман был приглашен принять участие в собрании в Оксфорде, президентом был Солсбери (1830 — 1903), член Королевского общества, ряд лет бывший премьер-министром Англии.

Для того чтобы оценить уровень исследований и значение осуществляемого ассоциацией обмена идеями и открытиями, необходимо упомянуть ученых, работавших в области физических наук. Они расширили возможности наблюдательной астрономии, улучшая приборы, инструменты и методы и расширяя поле изучения небесных тел и явлений. Это такие ученые, как Э. Сабин (E. Sabine, 1788 — 1883), работавший в области земного магнетизма и гравитации; Дж. Гершель (1792—1871) и Дж. Эри (1801—1892), развившие методы астрономических наблюдений, граф Росс (1800 — 1867), который разрешил некоторые туманности с помощью своего большого телескопа; Джорж Дарвин (1845—1912), замечательные исследования которого в области приливных явлений ассоциация поддержала; Джон Милн (1850 — 1913), выступивший с пионерскими работами в сейсмологии. В период с 50-х до 90-х годов XIX в. были поддержаны работы многих английских ученых в области спектроскопии, открытой Кирхгофом и Бунзеном (во всех случаях речь идет как о моральной, так и о материальной поддержке).

Атомистические воззрения были сочувственно встречены уже на ранних собраниях ассоциации. На них выступал Дж. Дальтон (1766—1844) — ветеран и особо уважаемая фигура — с провозглашением своей атомной теории. На собрании 1833 г. председательствовал А. Седжвик (A. Sedgewick, 1785—1873), геолог, член Королевского общества. Он обратился в своей речи к собравшимся со следующими характерными словами о Дальтоне: «Среди нас находится философ, волосы которого побелели со временем, но который обладает интеллектом, находящимся в цветущей мощи, — человек, вся жизнь которого посвящена делу истины,— мой почтенный друг доктор Дальтон... Он не только блестящий экспериментатор, но и философ самого высшего порядка... один из величайших законодателей в химической науке...» [4].

В первой части своего «Наследия британской науки» Артур Шустер и Артур Шипли (A. Shipley) назвали пятерых крупнейших ученых, которые творили во время существования ассоциации и тем или иным образом были связаны с ней: Дальтон, Фарадей, Джоуль, Уильям Томсон (лорд Кельвин), Максвелл. На заседаниях ассоциации выступали Фарадей с его любимой идеей единства сил природы; Максвелл, создавший теоретическую электродинамику на основе экспериментальных работ Фарадея и других ученых; Джоуль, один из авторов величайшего закона физики — закона сохранения энергии.

В работе ассоциации участвовали ученые, имена которых хорошо известны и в наше время — сто и более лет спустя. Так, например, в 1873 г. в небольшой комнате, в которой проходило очередное собрание, присутствовали среди прочих Максвелл, Кэли, Сильвестр, Клиффорд, О. Рейнольдс, Бальфур, Стюарт, Шустер, Форбс, лорд Рэлей, Роберт Харли и другие. На этом собрании выступил Максвелл с вечерней лекцией о молекулах (позже опубликованной), встретившей горячее одобрение и явившейся серьезным вкладом в молекулярную и атомную физику того времени. Эта лекция Максвелла отчетливо продемонстрировала, что среди английских ученых (не только химиков, но и физиков

[4] Ibid., p. 163.

и математиков) атомистические представления стали общепризнанной составной частью физической картины мира. На собрании в Шеффилде в 1879 г. Крукс впервые продемонстрировал многие из механических, термических и фосфоресцентных свойств потока электронов в вакуумной трубке, известных ныне под названием катодных лучей. Новая эра в физических исследованиях была открыта, когда Рэлей, наблюдая различные плотности азота, полученного двумя различными способами, пришел вместе с Рамзаем к открытию нового газа в атмосфере, о чем было сообщено на собрании ассоциации 1894 г. в Оксфорде, в котором участвовал Больцман. Этот газ получил название аргон. Рамзай (1852—1916) произвел далее замечательные исследования, с помощью которых он открыл другие новые элементы — так называемые инертные газы.

Опыты по электрическому разряду в газах, произведенные Круксом и другими учеными, привели к созданию концепции атомистического строения электричества, и Дж. Дж. Томсон продемонстрировал существование электрона, частицы с массой, меньшей, чем масса химического атома, как носителя отрицательного электричества (электрического заряда). Это открытие было сообщено на собрании ассоциации в Дувре в 1899 г. Оно очень повлияло на взгляды Больцмана.

Интересно отметить, что доклад Дж. Дж. Томсона «О существовании масс, меньших, чем атомы» вызвал огромный интерес и у присутствовавших на заседании членов Французской ассоциации содействия развитию наук, которые посетили это заседание, переправившись через Па-де-Кале из Булони, где как раз происходило их собрание.

В 1907 г., всего год спустя после смерти Больцмана, на манчестерском собрании Британской ассоциации была проведена поучительная дискуссия (возможно, одна из самых важных в истории ассоциации) о строении атома, открытая Резерфордом. В ней приняли участие Оливер Лодж, Уильям Рамзай, Фредерик Содди, Джозеф Лармор и лорд Кельвин (1824 — 1907), для которого это было его последним публичным выступлением; он умер в конце того же года в возрасте восьмидесяти четырех лет.

Новая физика атомов и молекул развивалась воистину гигантскими шагами, а на задворках науки еще сдавали «позиции» энергетики — Оствальд и другие.

Какая же дискуссия развернулась по проблемам молекулярно-кинетической теории Больцмана на собрании ассоциации в Оксфорде в 1894 г.?

Доклад [76] был представлен Дж. Брианом (1864—1928): «О современном состоянии нашего знания термодинамики, особенно в том, что касается второго закона. Исследования, относящиеся к связи второго закона с принципами динамики, часть 2. Закон распределения энергии и его границы».

В этом заседании принимал участие Больцман, отвечая на различные критические замечания относительно кинетической теории. Дискуссия шла об основных проблемах кинетической теории, в частности о теореме о равномерном распределении энергии по внутренним степеням свободы молекулы (зависящем от ее структуры), о применимости этой теоремы к излучению и ко Вселенной в целом, а также о специфике так называемой H-теоремы Больцмана. Эта дискуссия продолжалась затем на страницах журнала «Nature». В ней (см. [4, с. 392—425]), кроме Бриана — профессора прикладной математики, автора учебников по термодинамике, алгебре, теории устойчивости и т. п., приняли участие: С. Х. Бэрбери (1831—1911) — математик и физик, работавший в области теории вероятностей, статистической механики, кинетической теории газов; Дж. Лармор (1857—1942) — физик и математик, с 1885 по 1903 г. профессор Кембриджского университета, известный своими работами в области электронной теории, строения «эфира», открывший лармаровы «прецессии»; У. Уотсон (1827—1903) — физик, занимавшийся кинетической теорией газов, автор учебника «Трактат о кинетической теории газов», изданного в Оксфорде в 1876 г.; Джордж Фитцджеральд (1851—1901) — ирландский физик, член Королевского общества, профессор натуральной и экспериментальной философии; Э. Калверуэлл (1855—1931) — шотландский математик, профессор педагогики в Дублинском университете, работавший в области вариационного исчисления, и другие ученые.

Дискуссия охватила, как это обычно и бывает при рассмотрении новых принципиальных концепций, широкий круг проблем, начиная от общеметодологических вопросов до математических частностей.

Начнем с первых. Лорд Солсбери, председательствовавший на заседании, сказал (а Больцман согласился с ним): «Что есть атом каждого элемента, есть ли он движение, или вещь, или вихрь, или точка, обладающая инерцией? Все эти вопросы окружены глубоким мраком. Я не отважусь использовать менее педантичное слово, чем „сущность“, для обозначения эфира, ибо было бы большим преувеличением наших знаний, если бы я говорил о нем как о теле или даже как о субстанции»[5]. Для частичного ответа на «вопросы, окруженные глубоким мраком» в 1894 г., потребовалось еще лет тридцать интенсивного и бурного развития физики, сопряженного с пересмотром многих основных положений и понятий классической физики XIX в.

В 90-е годы уже были известны «субатомные частицы» — электроны и электромагнитное (согласно Максвеллу и Герцу) излучение атомов и молекул. Увязать его с молекулярно-кинетической теорией, естественно, было нельзя — мы теперь знаем (как легко знать, когда необходимые открытия и теории (кванты) уже созданы!), что структура атома, с которой связано излучение, квантовая, а такого понятия не было в этой теории, да и не могло быть по самой сути классической физики. Больцман мог только предложить ряд, как он выражался, не вполне проверенных гипотез (твердые упругие частицы, химические реакции, разряды и т. п.), которые, конечно, имеют лишь исторический интерес. Он в общем это понимал и сам же писал: «По крайней мере я показал, что проблема не неразрешима, а уже природа найдет решение получше моего». Выражаясь несколько бюрократическим языком, мы теперь можем сказать, что эти вопросы (они решены новой физикой) вообще не относятся к «департаменту» молекулярно-кинетической теории. И если в 90-х годах ответа на них требовали от этой теории, то это потому, что она создавалась тогда же и границы ее применимости не были известны. С новыми теориями это бывает очень часто и даже почти всегда.

Второй проблемой, рассмотренной на этом годичном заседании ассоциации, была очередная или, вернее говоря, очередные попытки связать, обосновать, вывести второй закон термодинамики из уравнений движения, т. е. из классической механики в ньютоновской или лагранж-гамильтоновской форме. Естественно, что это приводило ко многим неясностям, путанице и ненуж-

---

[5] Nature, 1894, vol. 50, p. 339—343.

ным (и бесплодным) усложнениям. Больцман тогда ясно выразил свою — правильную — концепцию, состоящую в том, что его H-теорема и второе начало термодинамики суть лишь теоремы теории вероятностей: «Второе начало никогда не может быть математически доказано посредством одних лишь уравнений динамики» [63, с. 157]. Особенно прекрасно и кратко им были показаны ошибки Калверуэлла, Бэрбери и других, связанные с непониманием (или недостаточно отчетливым пониманием) этого.

Калверуэлл выразил мнение, что если бы H-теорема Больцмана была верна, то каждый атом Вселенной имел бы одну и ту же кинетическую энергию и вся энергия была бы диссипирована. Больцман ответил, что его теорема требует только, чтобы с течением времени Вселенная стремилась к состоянию, в котором средняя кинетическая энергия каждого атома одна и та же и вся энергия диссипирована. Великой космогонической проблемой является вопрос: почему это состояние до сих пор не достигнуто, поскольку в наблюдаемой нами Вселенной есть движение и жизнь? Может быть, говорит Больцман, предложен такой, конечно, гипотетический ответ: «Допустим, что вся Вселенная находится и всегда остается в тепловом равновесии. Вероятность, что одна (только одна) часть Вселенной пребывает в некотором состоянии, тем меньше, чем дальше это состояние от теплового равновесия; но эта вероятность тем больше, чем больше сама Вселенная. Если мы предположим Вселенную достаточно большой, мы можем сделать вероятность одной относительно малой части находиться в каком-либо данном состоянии (однако далеком от состояния теплового равновесия) сколь угодно большой. Мы можем также сделать большей вероятность того, что наш мир находится в нынешнем состоянии, хотя вся Вселенная — в тепловом равновесии. Можно сказать, что этот мир так далек от теплового равновесия, что мы не можем представить себе, с другой стороны, как мала та часть Вселенной, которая есть этот мир? Если допустить, что Вселенная достаточно велика, то вероятность столь малой части ее, как наш мир, быть в ее настоящем состоянии уже не будет малой.

Если это предложение правильно, наш мир будет больше и больше возвращаться к тепловому равновесию; но поскольку вся Вселенная так велика, вполне может быть, что в будущем какой-то другой мир отклонится от теплового равновесия столь же далеко, как ныне наш мир. Тогда вышеупомянутая *H*-кривая даст представление о том, что происходит во Вселенной. Возвышенности кривой будут представлять миры, в которых существуют заметное движение и жизнь» [4, с. 421—422].

Так ли это — мы и по сей день не знаем, но это, несомненно, какой-то подход к синтезу представлений об уникурсальном течении времени и представления античности о его цикличности. По-видимому, и в этой проблеме с молекулярно-кинетической теории газов (и даже материи) современники спрашивали много больше, чем она по самой своей сущности могла дать.

Время... Движение... Жизнь...

Любимый Больцманом Шиллер писал:

> Тройствен времени полет:
> Будущее медлит, наступая,
> Мчится миг — стрела живая,
> Прошлое незыблемо встает [6].

Калверуэлл в конце концов согласился с Больцманом и по вопросу о максвелловском законе распределения энергии, так же, как, впрочем, и большинство ученых, принимавших участие в дискуссии, и по другим проблемам молекулярно-кинетической теории.

Хотелось бы отметить следующее: обычно представления теории вероятностей в отношении *H*-теоремы иллюстрируют либо с помощью игральных костей, либо с помощью вынимания разноцветных шаров из урны, в которой они находятся. Калверуэлл нашел другой хороший пример, который понравился и Больцману. Вот он: «В качестве иллюстрации, имеющей общие черты со случаем газа, мы можем взять перевернутое вниз вершиной дерево с бесконечным числом веток, проходящих через каждую точку во всех направлениях; тогда в каждой точке будет больше веток, направленных вниз, чем вверх... и каждая ветка, направленная вверх, в конце концов повернется вниз и будет стремиться стать горизонтальной, когда *H* принимает значение, близкое к минимальному» [4, с. 423].

Больцман заметил по поводу этого примера: «...теорема хорошо иллюстрируется примером Калверуэлла

[6] *Шиллер Ф.* Собр. соч. Т. 1. Стихотворения. М.; Л.: Academia, 1937, с. 97.

с перевернутым деревом. H-кривая образуется последовательностью таких деревьев. Почти все такие деревья очень низки, и все их ветви близки к горизонтальным. Здесь H почти достигает своего минимального значения. Только очень немногие деревья выше и имеют ветки, наклоненные по отношению к оси абсцисс, и мера невероятности таких деревьев чрезвычайно возрастает с их высотой. Трудность заключается в том, чтобы вообразить все эти ветки бесконечно короткими» [4, с. 424–425].

Возражения английских ученых (Бэрбери, Калверуэлла и др.) инициировали Больцмана рассмотреть ближе и более точно H-кривую и модели (навеянные азартными играми), позволяющие иллюстрировать H-теорему. Здесь мы находим новый пример гибкости и тонкости подхода Больцмана.

Калверуэлл снова вернулся к возражению, связанному с обратимостью. Больцман возразил, что если следовать его аргументации, то разделение кислорода и азота так же вероятно, как их смешение. Он еще раз подчеркнул, что H-теорема, так же как второе начало термодинамики, есть лишь вероятностное утверждение. Исходя только из уравнений движения, нельзя показать, что величина H должна постоянно убывать, можно только установить, что (если начальные условия не выбраны специальным образом) вероятность убывания функции H всегда больше, чем вероятность ее возрастания. Рассмотрим проблему H-теоремы, следуя опубликованной в 1895 г. на английском языке в журнале «Nature» статье Больцмана «О некоторых вопросах теории газов».

Больцман рассматривает сосуд, стенки которого совершенно гладкие и упругие, содержащий заданное число молекул газа, которые движутся в течение бесконечно долгого времени. Все регулярные движения (например, перемещение всех молекул в некоторой заданной плоскости) исключены. В течение большой части времени величина H будет приблизительно равна ее минимальной величине ($H_{\min}$). Построим теперь H-кривую в координатах H, t, мы увидим, что большая часть ординат будет очень близка значению $H_{\min}$. Однако, так как большие значения функции H не являются математически невозможными, но только очень маловероятными, H-кривая будет иметь (очень малое) число вершин, максимум которых превышает значение $H_{\min}$.

«...Рассмотрим некоторую ординату $H > H_{\min}$. Возможны два случая. Первый: H_1 может быть весьма близко к вершине возвышенности, так что H убывает, двигаемся ли мы в положительном или отрицательном направлении вдоль оси, представляющей время. Второй случай — H_1 лежит на части кривой, поднимающейся на возвышенность или спускающейся с нее. Тогда ординаты по одну сторону от H_1 будут больше, по другую — меньше, чем H_1. Но так как более высокие возвышенности чрезвычайно маловероятны, первый случай более вероятен, и если мы на кривой выбираем ординату данного значения H_1, руководствуясь случаем, то не обязательно, но весьма вероятно окажется, что ордината будет убывать при движении в обоих направлениях.

Теперь представим себе вместе с Калверуэллом газ в данном состоянии. Если в этом состоянии H больше, чем $H_{\min}$, то не обязательно, но весьма вероятно окажется, что H убывает и в конце концов достигает не точно, но весьма близко значения $H_{\min}$, и то же справедливо во все последующие моменты времени. Если в промежуточном состоянии мы обратим все скорости, получим исключительный случай, когда H возрастает некоторое время, а затем убывает опять. Но существование таких случаев не опровергает нашей теоремы. Напротив, сама теория вероятностей показывает, что вероятность в таких случаях не равна нулю, но только крайне мала.

Поэтому Бэрбери не прав, полагая, что H возрастает в столь же многих случаях, как и убывает, а Калверуэлл также ошибается, что какая-либо проверка может показать только то, что, взяв все значения dH/dt, полученные из всех конфигураций, приближающихся к постоянному состоянию, и всех конфигураций, удаляющихся от него, и найдя среднее, мы получим, что dH/dt отрицательно. Напротив, мы показали возможность того, что H имеет тенденцию убывать, проходим мы первыми или последними конфигурациями. Вот что я доказал в своих работах: чрезвычайно вероятно, что H очень близко к своему минимальному значению; если оно больше, оно может возрастать или убывать, но вероятность убывания всегда больше. Так, если я получаю определенное значение для dH/dt, этот результат несправедлив для каждого элемента времени dt, а представляет собой только среднее значение. Но чем больше число молекул, тем меньше интервал времени dt, для которого этот результат вполне справедлив» [4, с. 419, 420].

Больцман далее показывает, что возникшая ситуация очень схожа с более простым случаем игры в кости.

Рассмотрим один бросок кости в неопределенно длинной серии испытаний. Пусть A_1 — число раз выпадания поверхности 1 кости в первых $6n$ бросаниях. Пусть A_2 — число раз выпадания стороны 1 кости во всех бросаниях между вторым и $(6n+1)$-м бросанием и т. д.

Построим теперь «кривую P», точки которой имеют абсциссы

$$0,\ 1/n,\ 2/n, \ldots$$

а ординаты

$$y_1 = \left(\frac{A_1}{n} - 1\right)^2, \qquad y_2 = \left(\frac{A_2}{n} - 1\right)^2 \text{ и т. д.}$$

Если n — большое число, то огромное большинство координат y_1 будет очень мало. Однако кривая P (как и кривая H) будет иметь некоторое количество вершин, выходящих за пределы обычных значений.

В качестве примера рассмотрим все точки B кривой P, ординаты которых точно равны единице, т. е. для каждой точки B

$$A = 2n:$$

Эти точки B соответствуют случаю, когда кость падает, показывая 1, $2n$ раз в серии $6n$ бросков. Если n очень велико, такой случай не является невозможным, но крайне маловероятным.

Пусть число $\nu \ll n$ (причем ν все-таки большое число). Пройдем от абсциссы каждой точки B расстояние, равное $6\nu/n$, в направлении положительных x. Мы, вероятно, встретим точку кривой P, ординаты которой меньше 1. Вероятность того, что мы встретим ординату >1, чрезвычайно мала, но не нуль. Можно подумать, что, двигаясь обратно (т. е. в направлении отрицательных x) от абсциссы каждой точки B на расстояние $6\nu/n$, мы, вероятно, встретили бы ординаты >1. Но этот вывод неверен. Двигаемся ли мы в положительном направлении или отрицательном, ординаты, скорее всего, будут убывать.

Можно даже подсчитать вероятное уменьшение y. Мы видели, что для каждой точки B имеет место $A=2n$ (т. е. $2n$ бросаний из $6n$ показывают 1). Передвигаясь вперед на расстояние $6v/n$, мы исключили бы $6v$ прежних бросаний и включили $6v$ других. Среди исключенных бросаний имелось, вероятно, $2v$ выбросов цифры 1, а среди выключенных только v. Следовательно, уменьшение (вероятное) A есть v, а вероятное уменьшение y — приблизительно $2v/n$.

Так как изменение x было $6v/n$, то можно написать

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{1}{3}.$$

Однако это не обычная производная, это только среднее отношение приращения y к приращению x для всех точек, ординаты которых равны 1. Такая кривая P принадлежит к классу кривых, не имеющих нигде однозначно определенной касательной. Даже на вершине каждой возвышенности касательная вообще не определена.

В статье «О так называемой H-кривой» [4, с. 470], датированной рождеством 1897 г. и опубликованной в «Mathematische Annalen», Больцман снова проанализировал аналогичную модель. На этот раз он рассмотрел задачу извлечения белых и черных шаров из урны, в которой они находились в равном количестве, причем после каждого извлечения вынутый шар возвращается в урну.

Будем извлекать шары случайным образом произвольное нечетное число раз $(2n+1)$, что запишем так:

$$Z_{-N}, Z_{-N+1}, \ldots, Z_0, Z_1, \ldots, Z_N.$$

Пусть n — целое четное число $<2N+2$. Обозначим a_k число белых шаров, извлеченных в n выниманиях, $Z_k, Z_{k+1}, \ldots, Z_{k+n-1}$, где k — целое положительное, отрицательное или равное нулю число, заключенное между $-N$ и $N+1-n$.

Введем в рассмотрение для каждого значения k точку B_k в прямоугольной системе координат с абсциссой

$$0A_k=x=k/n$$

и ординатой

$$A_kB_k=y=\left|1-\frac{2a_k}{n}\right|.$$

Получим теперь $2N+2-n$ дискретных точек $B_{-N}, \ldots$ $\ldots, B_{N+1-n}$. Предположим, что n и N гораздо больше единицы.

Больцман назвал H-кривой этого «лото» геометрическое место ряда точек B_k. Эта кривая не определяется какой-либо аналитической формулой, однако она может быть построена на основе реального выполнения $(2N+1)$ извлечений.

Если n предполагается большим числом, то в высшей степени вероятно, что a_k очень близки к $n/2$, и H-кривая почти во всех точках почти совпадает с осью абсцисс. Однако если N выбрать достаточно большим, то кривая будет иметь горбы, в которых она отходит от оси абсцисс на конечную величину.

Больцман рассмотрел в качестве примера случай, когда $N=1000\cdot 2^n$, где n — очень большое число, и показал, что в этом случае максимальный пик, когда ордината достигает 1, будет иметь место почти 4000 раз в результате $2N+1$ шагов. Число пиков, высота которых отличается от нуля на малую, но конечную величину, еще больше [4, с. 471].

Эта H-кривая, несмотря на ее непрерывность, *не имеет касательных* в строгом смысле слова.

Она обладает и другими интересными свойствами, на которых мы здесь не останавливаемся.

Аналогичные свойства можно будет согласно замечательной геометрической интуиции Больцмана приписать H-кривой в теории газов, когда эти газы состоят из очень большого, но конечного числа изолированных молекул. «Для таких газов величина H, выражающая меру вероятности или неупорядоченности некоего состояния, с подавляющей вероятностью будет возрастать, если исходным является упорядоченное состояние... В дальнейшем в течение очень большого времени значение H остается равным своей максимальной величине, однако по истечении еще более длительного времени функция H принимает значение, которое отличается на конечную величину от максимального» [4, с. 474—475]. И в заключение Больцман пишет: «Так как частицы, с которыми мы экспериментируем, принадлежат Вселенной, то очень велика вероятность, что вначале Вселенная находилась в упорядоченном состоянии и это состояние переходит в неупорядоченное под действием внешних влияний. Не подлежит сомнению, что с таким же успехом может быть мыслима Вселенная, в которой течение всех естественных процессов обращено во времени; однако человек, живущий в таком обращенном времени, не имел бы никаких ощущений, отличных от наших. Только то, что мы называем будущим, он обозначит как прошлое, и наоборот» [4, с. 475].

Во время дискуссии были обсуждены многочисленные решенные и нерешенные проблемы, связанные с основами молекулярно-кинетической теории, максвелл-больцмановским распределением энергии между атомами и молекулами газового ансамбля, с особенностями H-теоремы Больцмана и вероятностной трактовкой второго начала термодинамики.

Любимым проблемам энергетиков (нереальности атомов и выведения всех законов природы из одного закона сохранения энергии) не нашлось места в этой дискуссии. Вопрос шел о том, каков физический атом, его структура и свойства, каковы законы термодинамики в их вероятностной трактовке, как связать эти законы с динамикой и электродинамикой (в частности, со спектрами).

Больцман был обрадован отношением, которое встретил во время своего пребывания в Оксфорде. Не только уважение к нему как к выдающемуся ученому, но и признание его молекулярно-кинетической теории вселило в него дополнительную уверенность в правоте взглядов, которые он развивал, и математических методов, которые он успешно разрабатывал несколько десятилетий (теоретико-вероятностный подход!).

Окрыленный, он возвращался домой.

Глава 7

Развитие Больцманом статистической механики

Статистическая механика представляет собой молекулярную теорию макроскопических свойств термодинамической системы. Задача ее состоит в выводе всех равновесных свойств макроскопической молекулярной структуры на основе законов молекулярной динамики. Следовательно, она должна получить не только общие законы термодинамики, но и конкретные термодинамические функции данной системы.

Основная идея статистической механики, высказанная впервые в явном виде Гиббсом, состоит в том, чтобы, пренебрегая рассмотрением отдельного состояния (т. е. отдельной точки в фазовом пространстве), отдать предпочтение статистическому изучению ансамблей состояний (т. е. подмножеств фазового пространства). Задачу эту можно сформулировать в виде нескольких вопросов. П. Р. Халмош сформулировал их так: «каково будет состояние данной системы в момент времени t?»; «какова вероятность того, что в момент t состояние системы будет принадлежать определенному подмножеству фазового пространства?» Первостепенный интерес представляет и следующая асимптотическая постановка вопроса: «что (вероятно) будет происходить с системой при $t \to \infty$?» [49, с. 10].

Статистическая механика возникла из развитой в XIX в. кинетической теории газов. Собственно говоря, рождение статистической механики можно отнести даже к появившейся в 1857 г. работе Р. Клаузиуса «О природе движения, которое мы называем теплом». Эту работу можно считать и рождением современной физики, так как в ней впервые не в спекулятивной манере вводился в физику микроскопический подход к свойствам макроскопических систем в совокупности с вероятностной точкой зрения на процессы в них.

Как только введен стохастический элемент [1] в классическую механическую систему, она приобретает новые свойства, в первую очередь в отношении необратимости. Введение такого элемента дает необходимые основания прямого и строгого вывода равновесного максвелловского распределения. Это метод равных a priori вероятностей в фазовом пространстве, введенный Больцманом. Достаточно предположить, что все возможные распределения кинетической энергии между конечным числом материальных точек равновероятны. Точная формула может быть выведена комбинатор-

---

[1] Случайная величина определена, если заданы: 1) совокупность ее возможных значений; 2) вероятность осуществления каждого из этих значений. Сумма большого числа независимых случайных величин сама является случайной величиной. Существует очень важная теорема, называемая центральной предельной теоремой, которая утверждает, что при самых общих предположениях распределение суммы с возрастанием числа ее членов стремится к нормальному гауссовскому распределению.

ным анализом (либо с помощью конечной геометрии в n-мерном случае), а распределение Максвелла получается весьма просто при переходе к пределу при $N \longrightarrow \infty$; не требуется никаких допущений о соударениях молекул или о пути, которым система приближается к равновесию.

Уже в работе 1872 г. Больцман делает замечание: «Можно даже рассчитать вероятности различных состояний из отношений числа путей, которым эти распределения могут быть достигнуты, что может привести к интересному методу вычисления термического равновесия». Это замечание будет развито им в важной работе 1877 г., имеющей принципиальное название: «О связи между вторым началом механической теории теплоты и теорией вероятностей в теоремах о тепловом равновесии».

Эта работа явилась кульминацией исследований Больцманом связи вероятности и второго закона термодинамики. Больцман уже допустил, как это ранее сделал Максвелл, что второй закон термодинамики имеет *только статистическую* вероятность, однако он еще не был готов утверждать, что этот закон есть прямое выражение законов вероятности, что энтропия состояния измеряет его вероятность и что энтропия возрастает в силу эволюции системы от менее к более вероятному состоянию.

Больцман первым понял, что необратимое возрастание энтропии характеризует все возрастающий молекулярный хаос, процесс забывания любой начальной асимметрии (если она была когда-либо). Отсюда и соотношение Больцмана — связь энтропии с вероятностью (числом комплексий), и представление о том, что, каким бы путем ни изменялась система, она в конце концов перейдет в такое состояние макроскопического хаоса и максимальной симметрии, *около* которого она будет флуктуировать, отклоняясь на небольшие амплитуды и на малые промежутки времени. В этом смысле энтропия есть принцип отбора, нарушающий временную симметрию.

Больцман начинает с любимой им дискретной модели «нереализуемой функции» [2], которая тем не менее

---

[2] И все же это какое-то предчувствие квантовой теории!

Можно также сказать, что благодаря созданию и введению в физику Больцманом понятий вероятности подсчета всех возможных состояний он является ученым, проложивпозволяет развить существенные идеи и представления. Гениальность Больцмана проявилась в том, что он понял или, может быть, лучше сказать, с безошибочной физической интуицией «почувствовал», что такая система, как «сильно разреженный газ», лучше всего позволяет раскрыть вероятностный (эволюционный) смысл второго начала термодинамики. Хорошо известно, какие трудности возникают при рассмотрении плотных систем сильно взаимодействующих частиц, при наличии в системе химических реакций и т. п.

В то время как прежние исследования молекулярного распределения основывались на рассмотрении того, как оно изменяется во времени в результате молекулярных соударений, здесь Больцман отказывается от кинетического приближения. Он хочет определить вероятность распределения «совершенно независимо от того, как это распределение возникло» [4, с. 235].

Новый метод — прямой подсчет числа различных способов (микросостояний), которыми данное распределение может быть реализовано. Этот метод позволяет полностью исключить все трудности, связанные с вопросами о механике столкновений.

«...Можно рассчитать, — пишет Больцман, — состояние теплового равновесия путем отыскивания вероятностей различных состояний системы. В большинстве случаев начальное состояние будет весьма невероятным, из него система будет всегда стремиться перейти в более вероятные состояния, пока в конце концов не достигнет самого вероятного, т. е. состояния теплового равновесия.

Если применить эти рассуждения ко второму началу, то величину, которую мы привыкли обозначать как энтропию, можно отождествить с вероятностью соответствующего состояния. Представим себе некоторую систему тел, которые являются изолированными и не взаимодействуют с другими телами, например некоторое тело с более высокой, другое — с более низкой температурой, а также некоторое так называемое промежуточное тело, которое служит средой при передаче тепла от одного тела к другому, или (другой пример) некоторый сосуд с абсолютно гладкими и жесткими стенками, одна половина которого заполнена воздухом с малой температурой или давлением, а другая — воздухом с высокой

шим путь квантовой теории, что всегда с радостью признавал Макс Планк.

температурой или давлением. Система тел, о которой мы говорим, в начальный момент времени находится в некотором определенном состоянии; благодаря взаимодействию между телами это состояние изменяется; согласно второму началу это изменение всегда должно осуществляться так, что полная энтропия всех тел возрастает; в соответствии с нашей теперешней интерпретацией это означает не что иное, как то, что вероятность общего состояния этих двух тел становится все большей; наша система тел всегда переходит от некоторого менее вероятного состояния к некоторому более вероятному состоянию» [4, с. 190—191].

Больцман рассмотрел простейший случай, когда газ находится в объеме с совершенно упругими стенками, молекулы газа — упругие сферы, а центры сил действуют по определенным прямолинейным направлениям.

Применение исчисления вероятностей к такой системе тем не менее не является легким: число молекул очень велико, но не является бесконечным в математическом смысле этого понятия; напротив, число различных скоростей, которые может принять молекула, надо рассматривать как математически бесконечно большое. Это последнее обстоятельство делает вычисления гораздо более трудными. Поэтому Больцман, верный своему подходу — «дискретизации» (или «финитизму»), начинает рассмотрение проблемы со случая, когда возможные скорости (или, иначе говоря, возможные кинетические энергии) представлены конечным числом (которое не должно затем устремляться к какому-либо пределу).

Таким образом, введя эту гипотезу, Больцман рассмотрел систему, состоящую из n молекул, энергия которых может принимать только дискретные и конечные значения, образующие арифметическую прогрессию

$$0, \varepsilon, 2\varepsilon, \ldots, p\varepsilon.$$

По определению каждое заданное состояние систем представляется числами

$$n_0, n_1, n_2, \ldots, n_p$$

молекул, имеющих соответственно кинетические энергии $n_i\varepsilon$, причем полная кинетическая энергия является постоянной величиной, равной $L=\lambda\varepsilon$.

Целые числа $n_0, n_1, n_2, \ldots, n_p$ связаны соотношениями

$$n_0+n_1+n_2+\ldots+n_p=n, \tag{22}$$

$$n_1+2n_2+\ldots+pn_p=\lambda. \tag{23}$$

Больцман назвал комплексией распределение, в котором каждая молекула (предполагаемая, следовательно, отождествимой) обладает заданной кинетической энергией.

Ясно, что число комплексий, которые соответствуют одному и тому же состоянию системы, равно числу перестановок, которые могут быть осуществлены из ее элементов, т. е. «мера перестановочности» (по терминологии Больцмана) равна

$$P = \frac{n!}{n_0!\, n_1! \ldots n_p!}\,. \tag{24}$$

Больцман определил состояние числом соответствующих ему перестановок. Он допустил, что P есть мера относительной вероятности этого состояния; осталось только постулировать, что все комплексии равновероятны. Тогда то состояние наиболее вероятно, которому соответствует наибольшее число комплексий.

В качестве примера Больцман рассмотрел систему из семи молекул, имеющих полную энергию 7ε и могущую иметь для каждой молекулы кинетические энергии

$$0,\ \varepsilon,\ 2\varepsilon,\ \ldots,\ 7\varepsilon.$$

В этом случае имеется 15 состояний и 1716 реализуемых комплексий. Наиболее вероятное состояние может быть представлено символом

0001123

и характеризуется через $n_0=3$, $n_1=2$, $n_2=n_3=1$, а все другие n_i равны нулю.

Соответственная «перестановочность» имеет значение

$$\frac{7!}{1!\,1!\,2!\,3!}\,,$$

и она в 60 раз больше, чем для состояния

0000007,

в котором одна молекула обладает кинетической энергией 7ε [4, с. 194—195]. Больцман заключает:

«Известно, что если в некоторой системе тел имеют место исключительно внутренние обратимые изменения, то полная сумма энтропий всех этих тел остается постоянной. Если, напротив, процессы являются необратимыми, то энтропия всех тел обязательно должна возрастать, что, как известно, следует из того обстоятельства, что $\int \frac{dQ}{T}$, взятый по некоторому необратимому циклическому процессу, является отрицательным. ...Следовательно, должна также увеличиваться сумма мер перестановочности P всех тел, т. е. полная мера перестановочности всех тел. Таким образом, мера перестановочности представляет собой величину, которая (для состояния теплового равновесия) с точностью до некоторого постоянного множителя и постоянных слагаемых тождественна с энтропией, однако она имеет смысл также и для необратимых процессов, происходящих с телами, и постоянно возрастает в течение этих процессов.

Итак, сразу же можно сформулировать две теоремы: первая из них относится к системе тел, в которой осуществляются различные изменения состояний, причем по крайней мере некоторые из них являются необратимыми, т. е. где по крайней мере при некоторых из них система тел не находится постоянно в тепловом равновесии. Если эта система находится в тепловом равновесии до и после осуществления всех этих изменений состояния, то сумма энтропий всех тел, входящих в систему, до и после каждого из изменений состояния может быть вычислена сразу же; она каждый раз равна умноженной на $^2/_3$ мере перестановочности всех этих тел. Таким образом, первая теорема относится к случаям, когда полная энтропия после изменений состояния является всегда большей, чем до этих изменений; то же самое, естественно, справедливо и для меры перестановочности.

Вторая теорема относится к газу, который претерпевает некоторое изменение состояния без того, чтобы обязательно находиться в начале и конце этого изменения именно в тепловом равновесии. Тогда для начального и конечного состояний газа энтропию вычислить нельзя, но все еще всегда можно вычислить величину, которую мы назвали мерой перестановочности; а именно значение этой величины после изменения состояний снова с необходимостью должно быть больше, чем до него. Сразу же видно, что последнюю теорему без труда можно обобщить на систему многих газов, равно как и на случай, когда молекулы газа являются многоатомными и на них действуют внешние силы. Для системы многих газов меры перестановочности системы следует определить как сумму мер перестановочности отдельных газов; что же касается самой перестановочности, то перестановочность системы должна быть произведением перестановочностей ее составных частей» [4, с. 231].

Обобщая этот результат по индукции, Больцман формулирует общий принцип следующим образом: «Предполагая возможность распространения последней теоремы на произвольные тела, мы увидим, что обе только что обсужденные теоремы оказываются лишь специальными случаями одной-единственной общей теоремы, которая звучит следующим образом.

Представим себе, что задана некоторая произвольная система тел, претерпевающая некоторое произвольное изменение состояния, причем не обязательно, чтобы начальное и конечное состояния были состояниями теплового равновесия; тогда мера перестановочности всех тел всегда будет постоянно возрастать в течение изменений состояний и, самое большое, может оставаться постоянной до тех пор, пока все тела в течение изменения состояния находятся бесконечно близко к тепловому равновесию (обратимые изменения состояния)» [4, с. 231–232].

Больцман прекрасно понимал, что такой общий принцип не должен ограничиваться только случаем газа, но должен охватывать также твердые тела и жидкости (конденсированные состояния), однако точная математическая трактовка в этих случаях сталкивается с очень большими трудностями.

Проанализируем кратко, следуя изложению П. и Т. Эренфестов и М. Каца, ход рассуждения Больцмана. Наряду с Г-пространством (фазовое пространство всей системы) рассмотрим μ-пространство (фазовое пространство одной частицы). Для атомного газа пространство шестимерно. Разобьем его на ячейки C_n одинакового шестимерного объема $|C|$. Эти ячейки очень малы, но объем их конечен. Такое разбиение представляет собой фундаментальный шаг в проводимом рассуждении. Величина ячеек такова, что, с одной стороны, размер их мал по сравнению с наименьшими микроскопическими измеримыми размерами, а, с другой стороны, число изображающих точек, содержащихся в любой из них, велико. Это разбиение, естественное для квантовой статистики, кажется искусственным в классической статистике. Как замечает Уленбек, дело выглядит так, словно Больцман предчувствовал появление дискретных квантовых состояний в μ-пространстве. Тем не менее это разбиение имеет смысл и в классической статистике, так как оно соответствует ограниченности наших макроскопических измерений.

Далее для каждой точки Г-пространства (т. е. для любого заданного состояния системы) получим последовательность целых чисел — чисел заполнения $n_1, n_2, \ldots$ ($\sum_i n_i = N$ — общее число частиц), указывающих, сколько частиц находится в соответствующей ячейке C_1, $C_2, \ldots$ Обратно, любой набор чисел n_i, удовлетворяющий условию $\sum_i n_i = N$, определяет множество Z точек в Г-пространстве, для которых эти числа служат числами заполнения. Объем ($6n$-мерный) Z очевидно равен

$$Z = \frac{N!}{n_1!\, n_2! \ldots} \,|\, C \,|^N. \tag{25}$$

Пусть ячейки C_i достаточно малы. Пусть ε_i — энергия частицы, попавшей в некоторую точку ячейки C_i (энергией взаимодействия между частицами пренебрегаем). Тогда с большой точностью можно написать

$$\sum_i n_i \varepsilon_i = E, \tag{26}$$

где E — полная энергия системы.

Больцман использует приближенную формулу Стирлинга

$$n! \cong \sqrt{2\pi n}\,(n/e)^n \tag{27}$$

для замены $n_i!$, после чего n_i рассматриваются им как непрерывно меняющиеся переменные. Задача сводится к отысканию минимума выражения

$$\sum_i n_i \ln n_i$$

при дополнительных условиях $\sum_i n_i = N$, $\sum_i n_i \varepsilon_i = E$. Ответ

$$n_i \sim \alpha \exp(-\beta \varepsilon_i), \tag{28}$$

где α и β определяются подстановкой решения (28) в выражения указанных условий.

Отсюда следует ряд выводов, из которых отметим, что если система не находится в состоянии, соответствующем числам заполнения (28), то она почти наверняка попадает в него; если же система уже находится в этом состоянии, то она почти никогда не выйдет из него. Хотя этот результат не является математически строгим, он очень правдоподобен.

С физической точки зрения затруднения, связанные с этим методом, состоят в том, что умалчивается о самом процессе приближения к равновесию (т. е. о том, как исходя из произвольных n_i, система приходит к равновесным числам заполнения (28)); неясна также его связь с кинетическим уравнением Больцмана. В частности, неизвестно, монотонно ли система приближается к равновесию.

Каждая комплексия[3] в дискретной модели имеет равную вероятность, но для газа такое допущение не столь очевидно. Выражение для P, используемое Больцманом:

$$P = -\int \ldots \int f \ln f dx\, dy\, dz\, du\, dv\, dw + \text{const}, \qquad (29$$

основано на допущении, что равные веса или априорные вероятности приписываются равным объемам в молекулярном фазовом пространстве $(x,\ y,\ z,\ u,\ v,\ w)$. Если же приписать равные вероятности равным энергетическим интервалам, то получится наиболее вероятное распределение, отличное от максвелл-больцмановского[4]. Руководящим принципом для выбора правильной весовой функции должна быть, как показал Больцман, теорема Лиувилля (1809—1882).

Хотя выбор $\ln P$ вместо P был вызван причинами вычислительного характера, однако Больцман показал в явном виде, что $\ln P$ соответствует одноатомному равновесному газу и что он в основном совпадает с энтро-

---

[3] Вместо больцмановского термина «комплексия» в русской литературе предпочитают термин «микросостояние». Что касается числа микросостояний, то для этой величины имеется несколько наименований. Больцман назвал ее «Permutabilitätsmass», Планк пользовался термином «термодинамическая вероятность». В нашей литературе главным образом применяется термин «статистический вес».

[4] М. Клейн [124] считает, что Больцман излагает этот ошибочный результат раньше, чем вывести правильный, возможно, для того, чтобы создать своего рода драматический эффект, которыми он так восхищался в статьях Максвелла.

пией этого газа, вычисленной по обычным правилам термодинамики [4]. Эти две функции различаются только масштабным фактором и неопределенной аддитивной константой. Функция $\ln P$ с точностью до знака есть функция E (будущая H), которая монотонно возрастает вследствие соударений, как показал Больцман в 1872 г.

Сам Больцман только в 90-е годы под влиянием новой волны критики вернулся к этим проблемам; между 1877 и 1894 гг. он опубликовал только несколько работ, касающихся частных вопросов его статистической интерпретации теории теплоты. Больцман был блестящим преподавателем и, очевидно, приложил много усилий, чтобы добиться стройного изложения, однако изложение его фундаментальных идей не было достаточно ясным для физиков. Одной из причин этого являлось то, что он менял свои взгляды, недостаточно информируя об этом читателя. Так, он существенно изменил свое понятие вероятности. Вначале он рассматривал отдельную молекулу, и вопрос состоял в том, какова вероятность для молекулы иметь то или иное свойство, причем ответ определялся функцией распределения $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$. В более поздних работах Больцман рассматривал газ как целое. Тогда проблема сводилась к вопросу о том, какова вероятность того, что газ находится в состоянии, характеризуемом некоторым распределением, а ответ определялся мерой перестановочности P_i. Поэтому даже английские ученые, разрабатывавшие кинетическую теорию, обычно следовавшие Больцману, не приняли во внимание его статью 1877 г. в своих книгах [182].

Только П. и Т. Эренфесты внесли ясность в этот вопрос в своей статье в «Математической энциклопедии» [89].

Остановимся здесь более подробно на характеристике выдающегося ученика Больцмана П. Эренфеста прежде всего потому, что он сыграл важнейшую роль в развитии статистической концепции и статистической механики Больцмана.

Пауль Эренфест в своей краткой автобиографии трижды «особенно подчеркнул», что он является учеником Больцмана. Эренфест учился в 1899—1901 гг. в Венском университете, затем в Геттингенском, а после возвращения Больцмана в Вену (1903) туда сразу же вернулся и Эренфест. Он становится постоянным и деятельным участником семинара Больцмана, посещает семинары Хазенорля. Один из участников этих семинаров рассказывал, что во время своего доклада Эренфест на память процитировал довольно длинную выдержку из больцмановской работы. Слушавший его Больцман уже с первой фразы цитаты начал улыбаться, а в конце расхохотался: «Если б я сам хотя бы одну из своих работ знал так хорошо!»

Вместе с тем молодой человек, с его напористой манерой добиваться полной ясности, которая, увы, не всегда могла быть достигнута, порой, очевидно, раздражал стареющего Больцмана. По воспоминаниям сокурсника Эренфеста известного физика Филиппа Франка, однажды, когда Эренфест атаковал Больцмана целой серией вопросов, последний не без раздражения спросил, не считает ли Эренфест его лимоном, из которого без конца можно выжимать все соки.

Знаменитая статья П. Эренфеста и Т. А. Афанасьевой-Эренфест «О концептуальных основаниях статистической механики», опубликованная на немецком языке в 1912 г., а затем — на французском (1913 г., перевод Э. Бореля), разъясняла ряд трудностей и парадоксов теории Больцмана. О том, как долго эта статья не устаревает, свидетельствует и тот факт, что в 1959 г. в США вышел ее перевод на английский язык.

Влияние, которое Эренфест оказал на развитие физики, заключается не только в его научных работах, оно выражалось и в других, не столь легко учитываемых формах: его дар научной критики высоко ценили все его выдающиеся друзья. Эренфест был близким другом Ритца, Эйнштейна, Бора, Борна, Планка, Смолуховского, Паули, Шредингера, Дирака, Лоренца, Иоффе... (этот список можно еще долго продолжать). Все они испытали «то стимулирующее влияние, которое Эренфест оказывал при общении со своими учениками и со своими друзьями» (Ланжевен) [53, с. 238]. «По этой причине... его приглашали на научные конгрессы, ибо в обсуждения он всегда вносил изящество и четкость» (Эйнштейн) [53, с. 234]. «Способность Павла Сигизмундовича (так он именовался в период жизни в Петербурге, 1907—1912 гг.) к критическому анализу и строгой физической формулировке оказала большое влияние на мое научное развитие» (А. Иоффе) [53, с. 269].

Эренфест воспитал таких учеников, как Ю. А. Крутков, Крамерс, Уленбек, Гаудсмит. Он обладал выдающимся даром преподавателя, умел излагать предмет так, что виден был путь поиска решения проблемы. Физики называли его манеру «сократической»: слушатели подводились к решению наводящими вопросами. По Эйнштейну, «его величие заключалось в чрезвычайно хорошо развитой способности улавливать самое существо теоретического понятия и настолько освобождать теорию от ее математического наряда, чтобы лежащая в ее основе простая идея проявлялась со всей ясностью. Эта способность позволяла ему быть бесподобным учителем».

Эренфест, как и Больцман, обладал развитым чувством юмора, его остроты становились «классикой». Вот два примера. Когда Эренфест вместе с Вальтером Ритцем были в Лейдене (1903), они познакомились с захватывающе интересными исследованиями в криогенной лаборатории Камерлинга-Оннеса. Эренфест придумал остроумный метод выбора тем для диссертационных работ: друзья брали учебник физики и раскрывали его на предметном указателе. Один зачитывал термины, а другой добавлял сакраментальное: «при низких температурах».

Я. И. Френкель сообщил из Гамбурга теорему Эренфеста: «Всякий человек обедает в ресторанах до тех пор, пока это ему не надоест: тогда он женится». И следствие из нее: так как в ресторанах Гамбурга меню не надоедает, то почти все гамбургские физики — холостяки, да и представители других специальностей в Гамбургском университете не знают радостей семейной жизни.

Все друзья Эренфеста сохранили в памяти его облик как «облик человека, искрящегося одухотворенностью и остроумием, вступающего в дискуссию остро критически, но одновременно и с глубоким пониманием основ научного мышления, человека, умевшего направить внимание на какой-то существенный вопрос, который до этого оставался совсем незамеченным или же был затронут недостаточно» (В. Паули). И все-таки, когда пытались выделить главные черты его характера, то приходили к заключению, что «может быть, это были его честность и его столь же сильное и вместе с тем скромное желание помочь».

О роли Татьяны Алексеевны Афанасьевой-Эренфест (1876—1964) в жизни Эренфеста Эйнштейн написал так: «Самой сильной привязанностью в его жизни была жена и помощница, личность исключительно сильная и смелая, равная ему по интеллекту... ее уравновешенность, независимость, стойкость перед трудностями, цельность мысли, чувства и действия были для него благодеянием...» [53, с. 234].

В упомянутой работе 1911 года П. и Т. Эренфесты показали, что Больцман перешел от рассмотрения в шестимерном фазовом пространстве (μ-пространство) одной молекулы к рассмотрению в $6N$-мерном пространстве (Г-пространство) всего газа, состоящего из N частиц. Это был переход от теории, основанной на специальных представлениях о соударениях, к теории, придававшей особое значение комбинаторной статистике. Эта теория не требовала анализа проблемы столкновений. Однако, перейдя от μ- к Г-пространству в 1890-е годы под влиянием критических выступлений Цермело и других авторов, Больцман не добился последовательного и ясного изложения. Как отметили Эренфесты, его работы «очень далеки от того, чтобы представить собой систематическое изложение». Интересно отметить, что это характерно для многих основополагающих принципиальных работ, в которых впервые формулировались математические выражения новых физических или механических идей.

В 1877 г. в работе «О связи между вторым началом механической теории теплоты и теорией вероятностей...» Больцман назвал функцию H «Permutabilitätsmass» и отождествил ее с точностью до постоянного множителя с энтропией. Сам Больцман употреблял обозначение E и не менял его на H до 1895 г.; первый, кто ввел H (начальная буква слова Heat) для обозначения функции в уравнении Больцмана, был, по-видимому, С. Х. Бэрбери.

Больцман выдвинул утверждение, что $\Delta(-H)\geqslant 0$. Этим утверждением он открыл новый путь построения статистической механики, «свободный от пут традиционного метода кинетической теории и основанный на более общих и строгих принципах теории вероятностей и механики» [18, с. 67].

Поразительное согласие между уравнениями классической механики и использованными Больцманом утверждениями теории вероятностей лежит в основе доказательства H-теоремы. Переход от классической механики к квантовой мало повлиял на статистическую механику. Статистические методы оказались вполне пригодными в условиях квантово-механического подхода. Квантовая механика сама возникла на основе статистического анализа — квантовой теории излучения абсолютно черного тела М. Планка.

После появления волновой механики многие авторы показали, как ансамбли Гиббса можно с успехом использовать в квантово-механическом рассмотрении. Можно сказать, что во многих отношениях статистическая механика даже лучше укладывается в рамки квантовой механики, чем классической. Во всяком случае следует принять, что справедливость законов термодинамики неявным образом покоится на особенностях микроскопического строения материи и на законах квантовой механики, которые управляют микроскопическим миром.

Вопрос о том, являются ли сами механические, а также теоретико-вероятностные предпосылки (частотные гипотезы), на которых основано доказательство Больцмана, внутренне непротиворечивыми, подлежит специальному рассмотрению.

H-теорема может быть истолкована как обобщенный второй закон термодинамики. Если $f_{\text{М}}$ — максвеллово распределение, определяющее термически равновесную систему, то $-H=f \ln f$ просто пропорциональна энтропии, и, обобщив это на неравновесные состояния, получим закон возрастания энтропии, так как H убывает (при некоторых предположениях) в результате столкновений между молекулами.

Характер поведения статистической системы молекул газа может быть хорошо иллюстрирован моделью, рассмотренной в одной работе П. и Т. Эренфестов [90, с. 311—314].

Модель П. и Т. Эренфестов, предложенная ими в 1907 г., поучительна (хотя она является только примером конечной марковской цепи) и представляет большой самостоятельный интерес: $2N$ шаров, занумерованных от 1 до $2N$, раскладывают по двум ящикам A и B. Затем «случайно» выбирается целое число между 1 и $2N$, и шар с этим номером перекладывают из коробки, где он лежит, в другую. Эта процедура затем повторяется много раз. Предположим для простоты, что сначала все $2N$ шаров находятся в ящике A. Тогда на первом шаге мы обязательно перенесем шар из A в B. На втором шаге мы можем вернуться к начальному состоянию, но вероятность этого равна $(2N)^{-1}$. Если $2N$ очень велико (например, $\sim 10^{23}$), то с подавляющей вероятностью, а именно $1-(2N)^{-1}$ в коробку B попадет и следующий шар. В действительности, пока n_A (число шаров в A) будет намного больше n_B (число шаров в B), мы будем наблюдать «перетекание» шаров из A в B. Если наше математическое понятие вероятности отражает какую-то реальность, то надо ожидать «почти необратимого» течения в предпочтительном направлении. Нельзя сказать с определенностью, что $n_A(s)$ — число шаров в A после s шагов — всегда убывает, но мы можем с уверенностью ожидать, что в некотором смысле оно убывает «почти всегда». Этот эксперимент был действительно произведен с 40 шарами.

Рассматриваемая модель является чисто статистической, и вероятностный механизм в ней заранее постулируется (случайный выбор числа). Этот вероятностный механизм служит для того, чтобы примирить необратимое поведение с обратимостью времени и возвращаемостью.

Больцман не изложил систематически заложенные им основы статистической механики. В его «Лекциях по теории газов», увидевших свет (в двух частях) в 1897 и в 1898 гг., в первой части излагаются подробно кинетическая теория и явления переноса [5]. Обсуждение H-теоремы занимает всего несколько страниц (в том числе излагается комбинаторный метод Больцмана). Интересно неожиданное и вводящее в заблуждение название соответствующего раздела «Математический смысл величины H» [5, с. 63—72].

Выход в свет второй части задержался, так как Больцман решил исключить слишком разросшиеся вводные дополнения, в которых рассматривались проблемы механики, и изложить их в специальной книге, вышедшей в свет в 1897 г.; он охарактеризовал эту книгу как «лекции по разделам механики, не читаемым в Вене» [61, с. 111].

Планк уже много лет спустя, в 1943 г., в речи «К истории открытия кванта действия» говорил: «Среди всех физиков того времени Людвиг Больцман был тем, кто понимал смысл энтропии лучше всех. Он толковал энтропию находящейся в определенном состоянии системы как меру вероятности этого состояния и видел содержание второго начала в том, что при всяком происходящем в природе изменении система переходит в более вероятное состояние. И действительно, ему удалось в его кинетической теории газов определить функцию состояния H, обладающую свойством убывать по величине при всяком изменении состояния системы», правда, прибегнув к известной гипотезе о «молекулярном беспорядке» [33, с. 439].

Больцман находит (опуская константу)

$$S \sim \ln W. \tag{30}$$

Всегда особое восхищение вызывает открытие связи между величинами, которые a priori кажутся совершенно независимыми. Формула Больцмана связывает, и притом простым соотношением, величину физическую — энтропию (ее численное значение зависит от выбранных единиц) и вероятность термодинамическую — величину математическую, определяемую числом способов, которым может быть реализовано данное состояние газа. Коэффициент k, который позднее вводит Планк, обеспечивает размерность, но именно связь между величинами разной природы S и W составляет оригинальность и интерес этой формулы.

В главе об энтропии в книге М. Г. Мейер и Дж. Мейер «Статистическая механика» имеется эпиграф: «What never? — No never! — What never? — Well, hardly never!» Приблизительный перевод звучит так: «Этого никогда не бывает? — Никогда! — Совсем никогда? — Ну, вряд ли когда-нибудь». Как замечает М. Кац: «Эта самая образная и лаконичная формулировка, в которую известные авторы оперетт Гильберт и Салливен облекли второй закон термодинамики в его статистическом варианте, поистине великолепна» [5].

Вот краткое изложение изящного вывода Планком формулы (30), который впервые появился в 1906 г. [34, с. 111]. Предположим, что связь S и W существует, $S=F(W)$, и надо найти вид функции F. Пусть система с энтропией S состоит из двух независимых подсистем с S_1 и S_2. Поскольку они независимы, то надлежащим образом вычисленная вероятность состояния всей системы $W=W_1W_2$, причем очевидно, что и $S_1=F(W_1)$, и $S_2=F(W_2)$. Поскольку энтропия аддитивна, то $S=S_1+S_2$ и, следовательно, $F(W_1W_2)=F(W_1)+F(W_2)$. Дифференцируя это уравнение по W_1 при постоянном W_2 и полученное уравнение — по W_2 при постоянном W_1, получим

$$\frac{\partial F(W_1W_2)}{\partial W_1}+W_1W_2\left(\frac{\partial^2 F(W_1W_2)}{\partial W_1\,\partial W_2}\right)=0$$

[5] *Кац М.* Вероятность и смежные вопросы в физике. М.: Мир, 1965, с. 97.

или

$$\frac{\partial F(W)}{\partial W_1}+W\frac{\partial^2 F(W)}{\partial W_1\,\partial W_2}=0. \tag{31}$$

Общий интеграл этого дифференциального уравнения второго порядка

$$F(W)=k\ln W+\text{const}, \tag{32}$$

где k и const — некоторые произвольные постоянные. Для того чтобы выполнялось соотношение $W=W_1W_2$, константа должна быть равна нулю. Тогда можно записать, так как $S=F(W)$,

$$S=k\ln W. \tag{33}$$

Принцип (33) получил квантово-механическую формулировку в 1927 г. в работе Джона фон Неймана:

$$S(\rho)=kSp(\rho\ln\rho), \tag{34}$$

где состояние системы описывается матрицей плотности ρ. Энтропия поэтому не является наблюдаемой квантово-механической величиной, но представляет собой, как показывает уравнение (34), величину типа волновой функции системы [153, с. 273].

У Больцмана множителя k не было, а S была определена только с точностью до некоторой аддитивной постоянной, Планк же приписывает k совершенно определенную абсолютную величину. Этот шаг «...приводит... с необходимостью к „квантовой гипотезе“ и отсюда, с одной стороны — для лучистой теплоты — к определенному закону распределения энергии черного излучения, с другой стороны — для теплоты тел — к тепловой теореме Нернста» [134].

Отметим, что k является универсальной постоянной. «Если соотношение (11) действительно должно иметь общее значение, то, так как энтропия есть аддитивная величина, а вероятность — мультипликативная, постоянная k должна быть универсальной величиной, зависящей только от выбора единиц измерения. Ее нередко по понятным причинам называют постоянной Больцмана. К этому, конечно, надо заметить, что Больцман эту постоянную никогда не вводил и, как мне известно, вообще не думал интересоваться ее численным значением» [33, с. 440].

Несмотря на столкновения, которые Больцман имел с М. Планком ранее, Больцман немедленно выразил свое согласие с его работой 1900 г. о распределении энергии излучения абсолютно черного тела в зависимости от теплоты, знаменовавшей возникновение квантовой теории. Об этом сказал М. Планк в своей Нобелевской лекции «Возникновение и постепенное развитие теории квант»: «После многих испытанных разочарований мне доставило особенное удовольствие, что Людвиг Больцман выразил свой интерес и принципиальное согласие с выбранным мной ходом мыслей в письме, которым он ответил на присылку моей статьи» [35, с. 38].

Больцман впервые указал, что при статистическом подходе энтропия является мерой неупорядоченности (закон возрастания энтропии[6] — закон возрастания неупорядоченности). Для систем, замкнутых в смысле массообмена, однако способных обмениваться с внешней средой энергией при заданной температуре, надо лишь заменить энтропию S свободной энергией $F=E-TS$, где E — энергия системы. При равновесии свободная энергия достигает минимального значения.

Структура уравнения для F отражает конкуренцию между E и S. При низких температурах второй член пренебрежимо мал по сравнению с первым, и при достижении минимума F возникают структуры, соответствующие минимальной энергии. Энтропия при этом, вообще говоря, тоже мала. Однако с ростом T структура системы изменяется в сторону все более возрастающей роли энтропии. Эти предсказания подтверждаются экспериментально. В самом деле, при низких температурах вещество находится в твердом состоянии с упорядоченной структурой и низкой энтропией, а при более высоких T наблюдаются газообразные состояния с высокой энтропией. Таким образом, равновесные структуры подчиняются больц-

---

[6] Здесь уместно напомнить некоторые общеизвестные положения, содержащиеся во втором начале термодинамики: 1) запрет (многие авторы пробовали даже исчерпать содержание этого начала одним «принципом запрета») на некоторые процессы (например, перенос тепла от холодного тела к горячему), 2) введение некоторой монотонно возрастающей в замкнутых системах функции (как следствие указанного запрета).

мановскому принципу упорядоченности (его можно также выразить посредством канонического распределения, используемого в равновесной статистической механике) [19].

Обсуждение H-теоремы продолжалось с разных точек зрения всю последнюю четверть XIX в. И не удивительно — ведь это был первый открытый универсальный закон природы, выраженный в виде неравенства.

Возражения были выдвинуты Лошмидтом (см. выше), Цермело и другими. Из них особенно важны были соображения Цермело.

Цермело Эрнст Фридрих Фердинанд (1871—1953) изучал последовательно математику, физику и философию в Берлине, Галле и Фрайбурге. Его учителями были Ф. Фробениус и Л. Фукс, М. Планк и Гуссерль, Э. Шмидт и Г. Шварц. Цермело известен главным образом своими математическими трудами, однако он всегда проявлял живой интерес к теоретической физике и к приложениям математики к практическим проблемам. Цермело работал в Геттингене и Цюрихе.

Его диссертация, посвященная вопросам вариационного исчисления, содержала распространение методов Вейерштрасса на более широкий класс кривых. Тем самым работа способствовала уточнению определения понятия окрестности в пространстве кривых. Будучи ассистентом Геттингенского университета, Цермело читал в 1900/01 г. курс теории множеств, в развитие которой он внес значительный вклад. В 1904 г. им высказана знаменитая аксиома выбора (быстро ставшая «аксиомой Цермело»), в 1908 г. Цермело сформулировал аксиомы канторовой теории множеств; он наложил некоторые ограничения с тем, чтобы избежать парадоксов, в частности известного парадокса Рассела.

Лошмидт [4, с. 426; 136] и Цермело [4, с. 437; 186] убедительно показали, что в своей первоначальной (абсолютной) форме H-теорема не является справедливой.

Возражение Лошмидта состояло в том, что H-теорема противоречит ньютоновской механике, а возражение Цермело — в том, что эта теорема очевидно противоречит теореме возврата Пуанкаре. На эти возражения Больцман ответил, что H-функция убывает, так сказать, не динамически, а статистически. Иначе говоря, неравновесный газ с подавляющей вероятностью стремится к тепловому равновесию, а когда состояние равновесия достигнуто, газ и в дальнейшем будет почти всегда находиться в этом состоянии.

Ввиду этого в своих последующих работах Больцман тщательно подчеркивал статистический смысл H-теоремы как утверждения о наиболее вероятном поведении системы. П. и Т. Эренфесты дали прекрасный анализ возражений Лошмидта и Цермело в статье [91]; хороший обзор проблемы содержится в книге и статьях Тер Хара [46].

Больцман пытался также доказать, что среднее по времени за бесконечный промежуток времени от функции координат и скоростей, которые полностью определяют фазу или физическое состояние системы, должно быть равно значению этой функции в равновесии. В самом деле, если H-теорема верна, то отсюда следует, что любое неравновесное состояние перейдет в равновесное, которое будет существовать вечно; тогда среднее от упомянутой функции за бесконечный промежуток времени даст нам значение этой функции в равновесии.

Для доказательства совпадения усредненного поведения системы и поведения в равновесии необходимо вычислить средние по времени; при этом встречаются серьезные трудности. Больцман пытался их преодолеть, предположив, что большинство физических систем эргодические [4, с. 280].

Больцман, так же как Цермело, признавал тот факт, что безоговорочное возрастание энтропии $(-H)$ в применении к изолированной газовой модели исключает квазипериодическое поведение такой модели. Несомненно, что метод доказательства этого, который применил Цермело, представляет собой большой шаг вперед в кинетическом обосновании термодинамики [90].

Сформулируем теорему Пуанкаре. Система, имеющая конечную энергию и заключенная в ограниченном объеме, через достаточно большой промежуток времени возвращается в сколь угодно малую окрестность почти любого заданного начального состояния. Под словами «почти любое состояние» подразумевается любое состояние, за исключением множества состояний меры нуль. Под окрестностью состояния понимается его окрестность в Г-пространстве системы.

Пуанкаре и Цермело при всей их заботе о математической строгости не смогли подняться до уровня современной математики. Их доказательства были несовершенными (недостаточными), поскольку они не владели точным понятием «меры» множества точек, введенным Лебегом в 1902 г. и использованным Каратеодори в 1918 г. для доказательства теоремы возврата.

М. Планк заметил, что «при выводе своей H-теоремы Больцман совершенно не обращал внимания на тот факт, что величина H в некоторые моменты может также и возрастать. Один мой талантливый ученик Э. Цермело подчеркнул обусловленную этим нестрогость обоснования теоремы. В самом деле, в вычислениях Больцмана отсутствует упоминание о допущении молекулярного беспорядка, необходимом для справедливости теоремы. По-видимому, он считал это чем-то само собой разумеющимся. Во всяком случае он ответил молодому Цермело с большой остротой, которая отчасти задела также и меня, так как работа Цермело появилась с моего одобрения. Так вышло, что всю жизнь, как при последующих встречах, так и в своих публикациях и в нашей частной переписке, Больцман сохранял со мной раздраженный тон, и лишь в последние годы его жизни, когда я рассказал ему об атомистическом обосновании своего закона излучения, этот тон уступил место дружескому согласию» [33, с. 656].

Больцман [4, с. 437], признавая правильность теоремы Пуанкаре, на которой основывал свои критические замечания Цермело, указывает на ошибочное применение Цермело этой теоремы. Больцман показывает, что природа H-кривой ($H=f(t)$), которая выводится из кинетической теории, такова, что если начальное состояние системы сильно отклоняется от максвелловского распределения, то она стремится к нему с чрезвычайно большой вероятностью и отклоняется от него в конце концов за огромное время только на бесконечно малую величину. Конечно, замечает Больцман, если ждать достаточно долго, то начальное состояние, возможно, возникнет вновь, но ждать этого надо так долго, что нет возможности когда-либо наблюдать это. Тот факт, что исключения из этого никогда не наблюдаются, не доказывает неправильности статистической точки зрения, так как теория показывает, что вероятность этих исключений практически равна нулю, если число молекул достаточно велико. В самом деле, время возвращения чрезвычайно быстро растет с числом частиц N в газе.

N, см$^{-3}$	5	10	100	10^5	10^{19}
t, с	32	1024	10^{32}	2^{10^5}	$2^{10^{19}}$

Вот пример, который приводит Больцман:

«Пусть мы имеем сосуд объемом 1 см^3. В этом сосуде находится около триллиона молекул ($=n$) воздуха при обычной плотности. Скорость каждой молекулы первоначально пусть будет 500 м/с, а среднее расстояние между центрами двух соседних молекул — около 10^{-6} см.

Построим теперь вокруг средней точки каждой из молекул куб с длиной ребра 10^{-7} см, который мы будем называть начальным пространством рассматриваемой молекулы. Построим также диаграмму скоростей, изображая скорость каждой из молекул линией надлежащей длины и направления, проведенной из начала координат. Конечную точку этой линии назовем точкой скорости данной молекулы. Далее мы разобьем все бесконечное пространство на кубы с ребром длиной в 1 м, которые мы будем называть элементарными кубами. Элементарный куб, в котором первоначально находится точка скорости некоторой молекулы, будет называться начальным пространством ее точки скорости.

Зададимся теперь вопросом: по истечении какого промежутка времени центры и точки скорости всех этих молекул возвратятся согласно теореме Пуанкаре в свои начальные пространства? Обратим внимание на то, что мы не требуем точного возвращения, так как мы считаем состояние скорости молекулы таким же, как и ее начальное состояние, если компоненты ее скорости возвращаются к значениям, которые отличаются не более чем на один метр от их первоначальных значений.

Допустим, что каждая молекула испытывает $4\cdot10^9$ столкновений в секунду. Отсюда следует, что в газе всего будет около $b=2\cdot10^{27}$ столкновений в секунду. В результате такого столкновения точки скорости двух молекул, вообще говоря, окажутся смещенными в различные элементарные кубы. Согласно теореме Пуанкаре начальное состояние не должно повториться до тех пор, пока точки скорости не пройдут через все возможные комбинации (N) элементарных кубов.

Первая молекула может иметь все возможные значения скорости от нуля до $a=500\cdot10^9$ м/с. Если она имеет скорость v_1 м/с, то вторая молекула может иметь все возможные скорости от нуля до $\sqrt{a^2-v_1^2}$ м/с и т. д.

Число всех возможных комбинаций всех точек скорости в различных элементарных кубах, таким образом, равно

$$N=(4\pi)^{n-1}\int\limits_0^a v_1^2\,dv_1\int\limits_0^{\sqrt{a^2-v_1^2}} v_2^2\,dv_2\ldots$$

$$\ldots\int\limits_0^{\sqrt{a^2-v_1^2\ldots v_{n-2}^2}} v_{n-1}^2\,dv_{n-1}=\frac{\pi^{(3n-3)/2}a^{3(n-1)}}{2\cdot3\cdot4\ldots[3(n-1)/2]},$$

если n нечетное,

$$=\frac{2(2\pi)^{(3n-4)/2}a^{3(n-1)}}{3\cdot5\cdot7\ldots3(n-1)},\text{ если } n \text{ четное.}$$

Поскольку каждая из этих комбинаций длится в среднем $1/b$ секунд, все они будут пройдены через N/b секунд. По истечении этого времени все молекулы, кроме одной, должны возвратиться к своим первоначальным состояниям в пространстве скоростей. На направление скорости этой последней молекулы ограничений не накладывается, так же как на положение центра каждой из молекул. Для того чтобы сделать состояние таким же, как первоначальное состояние, средняя точка каждой молекулы также должна возвратиться в свое начальное пространство, так что вышеприведенное число следует еще умножить на другое число такого же порядка величины.

Несмотря на то что число N является огромным, можно получить некоторые указания на порядок его величины, заметив, что, для того чтобы записать его, требуется много триллионов цифр. Для сравнения предположим, что каждая из звезд, видимых в самый лучший телескоп, имеет столько же планет, сколько и Солнце, и на каждой планете живет столько же людей, как и на Земле, и продолжительность жизни каждого из этих людей равна триллиону лет; тогда полное число секунд, которое они проживут вместе, требует для своей записи не менее чем 50 цифр.

Если молекулы газа первоначально были равномерно распределены по сосуду и все они имели одну и ту же скорость, то всего лишь через одну стомиллионную долю секунды они уже имеют распределение по скоростям, близкое к максвелловскому. Сравнение этих чисел показывает, с одной стороны, какую малую долю полного числа распределений составляют те, которые заметно отклоняются от распределения Максвелла; а с другой стороны, насколько уверенными являются такие теоремы, которые с теоретической точки зрения представляют собой лишь вероятностные законы, но на практике имеют такое же значение, как и законы природы» [4, с. 451—452].

Больцман не замедлил с возражениями на критику Цермело. Он начал свои возражения с того, что Клаузиус, Максвелл и другие уже неоднократно отмечали, что теоремы теории газов имеют характер статистических истин. «Я часто указывал с максимально возможной для меня ясностью, что максвелловский закон распределения скоростей между молекулами газа никоим образом не является теоремой обычной механики, которую можно доказать, опираясь только на уравнения движения; напротив, можно лишь доказать, что он обладает весьма высокой степенью вероятности и что для большого числа молекул все остальные состояния имеют по сравнению с ним настолько малые вероятности, что для практических целей ими можно пренебречь. В то же самое время я указывал, что второе начало термодинамики с молекулярной точки зрения является только статистическим законом. Работа Цермело показывает, что мои статьи были поняты неправильно; тем не менее мне доставляет удовлетворение ее появление, поскольку она, по-видимому, является первым свидетельством того, что эти статьи вообще обратили на себя какое-то внимание в Германии.

Теорема Пуанкаре, которую Цермело разъясняет в начале своей работы, вне всякого сомнения, правильна, однако применение им этой теоремы к теории теплоты является неверным.

В своем доказательстве максвелловского закона распределения скоростей я основывался на теореме, утверждающей, что согласно законам теории вероятностей некоторая определенная величина H (которая представляет собой своеобразную меру отклонения преобладающего состояния от максвелловского) для стационарного газа в стационарном сосуде может только уменьшаться. Природа этого уменьшения станет более ясной, если нарисовать график (как я и сделал), на котором по оси абсцисс отложено время, а в качестве ординат — соответствующие значения H, что, таким образом, дает так называемую H-кривую (из всех значений H можно вычесть $H_{\min}$) [см. рис. 1 на с. 105].

Если сначала принять число молекул равным бесконечности и позволить времени движения становиться очень большим, то в подавляющем большинстве случаев получается кривая, которая асимптотически приближается к оси абсцисс. Как легко видеть, теорема Пуанкаре в этом случае неприменима.

Однако если взять время движения бесконечным, а число молекул хотя и очень большим, но неактуально бесконечным, то тогда H-кривая будет иметь другой вид. Как я уже показал, она почти всегда подходит очень близко к оси абсцисс. Только в очень редких случаях она поднимается над этой осью; мы будем называть это пиком, и действительно, вероятность пика очень быстро уменьшается по мере возрастания высоты пика. В те моменты времени, когда ордината H-кривой очень мала, распределение Максвелла выполняется почти точно; но на высоких пиках H-кривой имеют место значительные отклонения. Цермело полагает, что из теоремы Пуанкаре можно сделать вывод, согласно которому лишь только для некоторых сингулярных начальных состояний, число которых бесконечно мало по сравнению со всеми возможными начальными состояниями, будет достигаться распределение Максвелла, в то время как для большинства начальных состояний этот закон выполняться не будет. Такой вывод представляется мне неправильным. Именно для некоторых сингулярных состояний распределение Максвелла никогда не будет достигаться, например, когда все молекулы первоначально движутся по линии, перпендикулярной к двум стенкам сосуда. С другой стороны, для подавляющего большинства начальных условий H-кривая будет иметь вид, описанный выше.

Если начальное состояние лежит на чрезвычайно высоком пике, т. е. если оно совершенно отлично от максвелловского состояния, то это состояние будет приближаться к максвелловскому распределению по скоростям с чрезвычайно большой вероятностью, и в течение очень долгого времени оно будет отклоняться от него лишь на исчезающе малую величину. Конечно, если подождать достаточно долгое время, то можно наблюдать даже еще более высокий пик, и это начальное состояние действительно будет в конце концов возвращаться; в математическом смысле оно должно иметь место бесконечно часто за бесконечно большое время.

Таким образом, Цермело совершенно прав, когда утверждает, что движение является периодическим в математическом смысле; однако это ни в коем случае не противоречит моей теореме — указанная периодичность вполне согласуется с ней. Не следует забывать, что распределение Максвелла вовсе не является состоянием, в котором каждая молекула имеет некоторое определенное положение и скорость, оно достигается посредством того, что положение и скорость каждой молекулы приближаются к этим определенным значениям лишь асимптотически. Для конечного числа молекул распределение Максвелла никогда не может быть абсолютно истинным; оно выполняется лишь с некоторой высокой степенью приближения. Оно ни в коем случае не является некоторым специальным сингулярным распределением, которому противостоит бесконечно большое число немаксвелловских распределений; оно, скорее, характеризуется тем, что несомненно максимальное число возможных распределений по скоростям обладает специфическими свойствами распределения Максвелла, и по сравнению с ними имеется лишь относительно небольшое число возможных распределений, которые значительно отклоняются от максвелловского. В то время как Цермело говорит, что число состояний, которые в конце концов приведут к максвелловскому состоянию, мало по сравнению со всеми возможными состояниями, я, напротив, утверждаю, что несомненно максимальное число возможных состояний является «максвелловским» и что число состояний, отклоняющихся от максвелловского распределения скоростей, является исчезающе малым» [4, с. 445–446].

«Одно из следствий теоремы Пуанкаре может, однако, быть использовано против теории центральных сил, примененной по отношению ко всей Вселенной в целом (это как раз из сильных сторон теоремы Пуанкаре. — *Л. П.*). Можно сказать, что согласно теореме Пуанкаре вся Вселенная должна возвращаться к своему начальному состоянию по истечении достаточно продолжительного времени и, следовательно, должны существовать промежутки времени, когда все процессы текут в противоположном направлении. Покидая область наблюдаемого, надо решить, что является бесконечным более высокого порядка: возраст Вселенной или число силовых центров, содержащихся в ней? Более того, в этом случае делается допущение, что пространство, в котором осуществляется движение, и полная энергия являются конечными. Допущение о неограниченной справедливости принципа необратимости, будучи примененным ко всей Вселенной для бесконечно больших промежутков времени, приводит (как хорошо известно) к вряд ли более приемлемому следствию, согласно которому, когда все необратимые процессы осуществятся, Вселенная будет существовать без каких бы то ни было событий или все события постоянно будут исчезать. Делать из этого следствия вывод о несправедливости принципа обратимости было бы так же неправильно, как и предполагать, что оно доказывает что-нибудь против атомистики.

Итак, все парадоксы, выдвинутые против механической точки зрения, являются либо бессмысленными, либо основанными на ошибках» [4, с. 450].

Хотя Цермело много усилий посвятил нападкам на Больцмана, у него все же нашлось достаточно времени, чтобы написать рецензию и на «Основания статистической механики» Гиббса, принижающую значение этой книги, которую сам Цермело перевел на немецкий язык.

Больцман явно переоценивал могущество своих соперников. Его идеи были подхвачены Лоренцем, Ланжевеном, Эйнштейном, Смолуховским и другими, которые смогли придумать модели, где прекрасно уживались динамические и статистические черты.

Дискуссия, связанная с H-теоремой, оказалась весьма продуктивной для выяснения основ статистической механики и второго начала термодинамики. Окончательный вывод: энтропия будет возрастать с подавляющей вероятностью, хотя возможно и ее убывание (флуктуации) [4, с. 190].

Вот собственные слова Больцмана: «Теория вероятностей учит нас, что любое молекулярное распределение независимо от того, насколько оно неоднородно, даже если оно в высшей степени невероятно, не является еще абсолютно невозможным».

Это показывает, насколько «тесно связаны второй закон термодинамики и теория вероятностей».

Теорема Лиувилля [131, с. 432] имеет фундаментальное значение и явно или неявно используется во многих доказательствах классической статистической механики. Особую роль играет она в статистической теории неравновесных процессов. Впервые применил ее в статистической механике Больцман, в исследованиях которого эта теорема играет существенную и даже основную роль (она играет важную роль также и в исследованиях по механике Якоби).

Фундаментальная теорема Лиувилля управляет временны́м поведением (эволюцией) ансамблей. Она позволяет рассмотреть условия статистического равновесия и обоснованно ввести основное допущение классической статистики: гипотезу равных a priori вероятностей для различных классических состояний, определенных равными объемами в фазовом пространстве, относящемся к исследуемой системе.

Надо отметить еще раз замечательную интуицию Больцмана в выборе теоремы Лиувилля как основы статистической механики, связывающей классическую механику с движением несжимаемого потока плотности вероятности. Конечно, в этом ему помогло великолепное знание основных принципов механики (см. его книгу и попытки механического объяснения второго закона термодинамики с помощью вариационных принципов). Его подход действительно поражает своей общностью и полнотой, несмотря на многие трудности и неясности, естественные на первой стадии возникновения статистической механики, описывающей поведение ансамбля частиц.

Ансамблем принято называть совокупность большого числа систем, каждая из которых имеет ту же структуру, что и исследуемая система. Распределение систем ансамбля по всем возможным макроскопически эквивалентным различным микросостояниям определяется функцией распределения, характеризующей ансамбль. Итак, ансамбль — это совокупность идентичных систем: каждая система имеет представляющую точку в Г-пространстве. Число таких идентичных систем достаточно велико, так что можно ввести плотность $\rho(q, p, t)$ точек системы в Г-пространстве. Функция ρ удовлетворяет уравнению Лиувилля

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = [\rho, \mathscr{H}], \tag{35}$$

где $\mathscr{H}$ — гамильтониан системы. Функция ρ и N-частичная функция распределения f_N (f_N представляет вероятность нахождения системы с каноническими координатами q_N и p_N в состоянии $dq_1, ..., dp_N$ около фазовой точки ($q_1, ..., p_N$)) в момент времени t отличаются только постоянной нормировки

$$f_N = \rho \Big/ \int \rho dq\, dp, \qquad (36)$$

так что f_N также удовлетворяет уравнению Лиувилля. И. Пригожин отметил, что уравнение Лиувилля удивительно похоже на уравнение Шредингера, и воспользовался этим, чтобы дать новый метод его решения.

В равновесной статистической механике $\partial\rho/\partial t = 0$ и отыскивается решение уравнения

$$[\rho, H] = 0. \qquad (37)$$

Теорему Лиувилля можно записать еще так:

$$df/dt = 0$$

или

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial q_i} \frac{\partial \mathscr{H}}{\partial p_i} - \frac{\partial f}{\partial p_i} \frac{\partial \mathscr{H}}{\partial q_i} \right) = -[f, \mathscr{H}], \qquad (38)$$

где $f = f(q, p, t)$ — функция распределения, сумма в правой части — скобка Пуассона для f и H.

Согласно (37) при движении вдоль траектории плотность вероятности ρ остается постоянной; другими словами, «вероятностный флюид», заполняющий фазовое пространство, является несжимаемым. Можно показать, что, несмотря на изменение формы элемента объема при движении через фазовое пространство, объем его остается постоянным. Математически этот факт выражается в том, что якобиан преобразования переменных q_0, p_0 в переменные q, p

$$q = q(q_0, p_0, t), \qquad p = p(q_0, p_0, t),$$

где q_0, p_0 — координаты фазовой точки в начальный момент времени, должен быть равен

$$\partial(q, p)/\partial(q_0, p_0) = 1. \qquad (39)$$

Если задан $\mathscr{H}(q, p)$ и вид функции f в момент t_0, то уравнение (38) может быть в принципе проинтегрировано начиная от f_0, в результате чего мы получим значения f в любой точке q, p в любой момент времени t.

В конце XIX в. теория динамических преобразований находилась в зените своего развития. Основы этой теории были заложены Лагранжем в 1788 г. и Гамильтоном в 1833—1834 гг., а ее дальнейшее развитие связано с работами Максвелла (1859), С. Ли (1877), А. Пуанкаре (1890).

Почти на рубеже двух столетий эта фундаментальная концепция дала начало новой науке — неравновесной статистической механике, опиравшейся на явления необратимости и концепцию ансамбля (Больцман, 1871; Максвелл, 1878; Эйнштейн, 1902 [36]).

Строго теорема Лиувилля может быть сформулирована следующим образом. «Пусть M — любое измеримое (по Лебегу[7]) множество точек фазового F-пространства данной механической системы. В естественном движении этого пространства множество M через промежуток времени t переходит в некоторое другое множество M_t. Тогда мера множества M_t совпадает при любом t с мерой множества M, или, другими словами, мера измеримых множеств является инвариантом естественного движения Г-пространства» [50, § 4].

Больцман ввел ансамбли различного вида (он применял термин Inbegriff). Ансамбль механических систем, имеющих одну и ту же энергию, но различные значения координат, определенные некоторой функцией распределения, Больцман назвал «эргода». Термин «эргодический», введенный Больцманом, происходит от греческих слов ἔργον (от этого слова образовано и слово «энергия») и ὁδός — путь. Больцман употреблял термин «эргода» не в его современном смысле, а для обозначения пути на энергетической поверхности. Однако уже сам Больцман, по сути дела, пользовался концепцией, которую мы сейчас называем «квазиэргодической гипотезой».

Старая эргодическая гипотеза, утверждающая, что фазовая траектория проходит через каждую точку на

---

[7] Мера Лебега (1875—1941) есть распространение классических понятий длины и площади на множества (поля), более общие, чем те, которые связаны с обычными кривыми и поверхностями. В настоящее время понятие «мера» применяется в еще более широком смысле: мера μ поля R есть просто неотрицательная функция μ, обладающая свойством $\mu\left(\sum\limits_i A_i\right) = \sum\limits_i \mu(A_i)$ для любых счетных, непересекающихся под множеств A_i, содержащихся в R.

энергетической поверхности, является, конечно, ошибочной, так как фазовая траектория может пересечь $2N-2$-мерное «поперечное сечение» $2N-1$-мерной поверхности самое большое счетное число раз, в то время как число точек в этом поперечном сечении несчетно.

Современный термин для этого понятия (следуя Гиббсу) — микроканонический ансамбль[8]. Единичную систему, которая проходит через все состояния, совместимые с заданной определенной энергией, Больцман назвал «изодической», но в настоящее время (следуя П. Эренфесту) мы называем ее эргодической.

Больцман впервые ввел термин «эргода» в 1884 г. [67, с. 231], относя этот термин не к одной системе, которая проходит через каждую точку энергетической поверхности, но скорее к ансамблю систем, имеющих некоторое распределение в фазовом пространстве, которое он назвал эргодическим. Первое детальное обсуждение эргодических систем Больцман выполнил в работе, опубликованной в 1872 г. [4, с. 125]. Он рассмотрел движение материальной точки в плоскости под действием силы притяжения с потенциалом $^1/_2\ (ax^2+by^2)$, т. е. сложное гармоническое движение, которое имеет своим результатом фигуры Лиссажу.

Эргодическая гипотеза, иногда на самом деле выступавшая как квазиэргодическая гипотеза, была предметом дискуссии, в которой приняли участие У. Томсон, Стони, Рэлей, Бэрбери, Эйнштейн и другие в период 1890—1905 гг. [116, 117, 172, 163, 164, 77, 78].

Сам Больцман, по-видимому, забросил эргодическую гипотезу в период с 1890 по 1905 г. Во всяком случае он даже не упоминает ее в «Лекциях по теории газов» (1896—1898), где он начинает просто с предположения о беспорядочном характере молекулярного движения. Заметим, что ранее Больцман отметил, что между его методом и методом Максвелла существует различие, состоящее в том, что Больцман определяет вероятность временем, в течение которого система находилась в этом состоянии в среднем, а Максвелл рассматривает бесчисленное количество систем, построенных подобным образом со всеми возможными начальными условиями.

---

[8] «Больцману принадлежит заслуга, что еще задолго до Гиббса он стал изучать ...микроканонические ансамбли под названием эргод или ансамблей с эргодическим распределением состояний» [6, с. 221].

Эргодическая теорема утверждает, что

$$\langle C_{\text{среднее по времени}} \rangle = \overline{C}_{\text{фазовое среднее}}. \qquad (40)$$

Больцман предположил, что фазовая траектория за время движения проходит через любую точку эргодической поверхности, что, как он считал, доказывает равенство (40). Но такое предположение не может быть верным просто потому, что, как мы уже отмечали, множество ∞^{2N-1} не может покрыть множество ∞^1. Поэтому первоначальное предположение Больцмана, которое было названо эргодической гипотезой, было заменено другим предположением — квазиэргодической гипотезой, согласно которой фазовая траектория проходит в любой окрестности любой точки на эргодической поверхности. Предположение, высказанное физиками в последнем десятилетии XIX в., было доказано лишь в 30-х годах XX в. математиками, а именно: Биркгофом, Дж. Нейманом и Хопфом, Окстоби, Уламом и другими. К сожалению, найденные уже в 80—90-х годах XIX в. П. Л. Чебышевым и А. А. Марковым законы теории вероятностей, в том числе предельные теоремы, остались, по-видимому, неизвестными западно-европейским физикам, развивавшим статистическую механику.

В связи с эргодической гипотезой возникают интересные физические, математические и исторические вопросы: 1) всегда ли она правильна; 2) необходима ли она, или/и достаточна для действительности теоремы о равномерном распределении энергии по степеням свободы; 3) если она неправильна, то можно ли вместо нее использовать более слабое утверждение, именуемое «квазиэргодической гипотезой»; 4)считали ли Максвелл и Больцман эргодическую гипотезу всегда и везде верной?

В настоящее время можно считать доказанным только отрицательный ответ на первый вопрос.

В статье 1897 г. Больцман вводит утверждение, что все возможные совокупности значений x, y, z, которые совместимы с уравнением живых сил, достигаются с любой требуемой степенью приближения, предполагая, что движение продолжается достаточно долгое время T. Это есть, строго говоря, квазиэргодическая гипотеза.

В той же статье 1897 г. Больцман двумя параграфами далее пишет: «В течение некоторого интервала времени T точка, характеризующая состояние, занимает все положения на конечном цилиндре». Это, конечно, уже эргодическая гипотеза, так как он опустил без всякого объяснения определение «приближенно».

Такая несообразность заставляет думать, что Больцман иначе понимал утверждение о прохождении системы через все возможные состояния с данной энергией, чем это понимаем мы, когда говорим, что траектория проходит через каждую точку поверхности энергии. Как справедливо отмечают Дюга [88], Клейн [124] и, следуя за ними, Браш [73], Больцман был решительный «финитист» — он отрицал все соображения, основанные на актуальной бесконечности, и рассматривал бесконечную совокупность только как предел ансамбля индивидуальностей, число которых очень велико, но конечно. Клейн указывает, что ход рассуждений Больцмана, основанный на «конечном количестве энергии» (quantum) ε, которое в конце концов стремится к нулю, сходен с методом Планка, который привел в конечном счете к открытию того, что наилучший закон распределения энергии излучения может быть получен, если принять ε конечным.

Больцман, как кажется естественным предположить, не различал траекторию, проходящую через каждую точку, от траектории, проходящей только произвольно близко к каждой точке. Впрочем, этого не различал в то время и А. Пуанкаре [159, с. 513].

Впервые различие между эргодической и квазиэргодической гипотезами было рассмотрено в статье [111] П. Герца в 1910 г. Он указывает на сходство траектории состояний, проходящей через *почти* все точки поверхности, и кривой Пеано, проходящей *точно* через каждую точку поверхности.

Так формировалась новая наука — статистическая механика. Понимая всю важность этого научного события, Больцман в 1904 г. говорил: «Так как дифференциальные уравнения механики не содержат в себе ничего, аналогичного второму началу термодинамики, то представить себе механически его можно с помощью допущений относительно начальных условий... Мы должны принять во внимание то, что предполагали для объяснения кажущихся непрерывными тел, а именно, что из каждого сорта атомов или общих механических индивидуумов чрезвычайно большое число должно находиться в самых разнообразных положениях. Для математической обработки этого предположения была создана особая наука, имеющая своей целью не исследование движений единой механической системы, но нахождение свойств целого комплекса многочисленных механических систем, исходящих из самых разнообразных состояний. Честь систематизировать эту науку... дать ей характерное имя принадлежит одному из величайших американских ученых, быть может, величайшему в области абстрактного мышления и теоретического исследования — Уилларду Гиббсу. Он назвал эту науку статистической механикой» [4, с. 390].

Глава 8

На грани фантазии и научной гипотезы: эволюция Вселенной по Больцману

Статистическая механика может быть с термодинамической и вероятностной точки зрения кратко (и упрощенно) выражена соотношением $S=k\ln W$ и H-теоремой. Эти два положения универсальны и позволяют поставить вопрос об эволюции Вселенной, о различии между прошлым и будущим (см. гл. 4 и 7). Для этого Вселенная должна быть замкнутой в термодинамическом смысле слова системой, т. е. не обмениваться массой и энергией с другими системами. Иначе говоря, она должна быть единственной и бесконечной. Ее подсистемы могут быть открытыми, взаимодействуя со средой. Поэтому за счет прироста энтропии, флуктуаций и гравитационных неустойчивостей эти подсистемы могут образовывать новые, более сложные (и более простые) структуры. В целом же для Вселенной будет иметь место возрастание энтропии — стрела времени. Подобное обобщение, конечно, чрезмерно.

Сам Больцман это понимал и писал (кстати, это объясняет название данной главы): «Сам я неоднократно предостерегал против чрезмерного доверия к распространению наших мысленных образов за пределы опыта и напоминал, что при осуществлении этого следует понимать, что образы сегодняшней механики, и в особенности трактовка мельчайших частиц тела как материальных точек, являются лишь условными. Однако при всех этих оговорках каждый, кто имеет желание, все же может поддаться побуждению построить частную картину Вселенной.

В таком случае имеется выбор между двумя представлениями. Можно предположить, что вся Вселенная сейчас находится в некотором весьма невероятном состоянии. Но можно также мыслить эоны — промежутки времени, по истечении которых снова наступают невероятные состояния,— такими же крошечными по сравнению с продолжительностью существования Вселенной, как расстояние от Земли до Сириуса ничтожно по сравнению с ее размерами.

Тогда во всей Вселенной (которая в противном случае повсюду находилась бы в тепловом равновесии, т. е. была бы мертвой) то тут, то там имеются относительно небольшие участки порядка масштаба нашей звездной системы (мы будем называть их отдельными мирами), которые в течение относительно небольших по сравнению с эоном промежутков времени значительно отклоняются от теплового равновесия, а именно, среди этих миров одинаково часто встречаются состояния, вероятности которых возрастают и уменьшаются. Таким образом, для Вселенной в целом два направления времени являются неразличимыми, так же как в пространстве нет верха и низа. Но точно так же, как мы в некотором определенном месте земной поверхности называем «низом» направление к центру Земли, так и живое существо, которое находится в определенной временной фазе одного из таких отдельных миров, назовет направление времени, ведущее к более невероятным состояниям, по-другому, чем противоположное (первое как направленное к «прошлому», к началу, последнее — к «будущему», к концу), и вследствие этого названия будут обнаруживать «начало» для этих малых областей, выделенных из Вселенной, всегда в некотором невероятном состоянии» [4, с. 460].

Итак, можно кратко сформулировать изложенное: 1) всякая картина мира как целого (Вселенной) постулативна, лежит на грани фантазии, науки и философии; 2) оправдание ее в совпадении следующих из нее выводов с экспериментальными данными (или в непротиворечии им); 3) время асимметрично; 4) предпочтительно описание Вселенной вероятностное, флуктуационное.

Попробуем взглянуть на эти положения, исходя из принципов статистической механики.

«Положения статистической механики являются строгими следствиями сделанных допущений, и они останутся всегда справедливыми, как и все хорошо обоснованные математические положения. Но их применение к явлениям природы является прототипом физической гипотезы. Если мы будем исходить из простейших основных допущений о равных вероятностях, то для поведения агрегатов, состоящих из очень большого числа индивидуумов, мы получим законы, совершенно аналогичные тем, которые выводятся опытным путем для поведения материального мира. Видимые поступательные и вращательные движения должны будут все больше переходить в невидимое движение мельчайших частичек, т. е. в тепловое движение. Как выразительно сказал Гельмгольц, упорядоченное движение все больше переходит в неупорядоченное; смесь различных веществ, так же как различных температур, смесь с более или менее оживленным молекулярным движением, должна постепенно выравниваться. То, что эта смесь с самого начала не была совершенной, что мир начал свое существование с некоторого очень маловероятного начального состояния, следует отнести к числу фундаментальных гипотез всей теории, и можно сказать, что причина этого столь же мало известна, как и вообще причина того, почему мир устроен именно так, а не иначе. Впрочем, можно принять еще и другую точку зрения. Состояния очень большой степени разнородности, относительно большие различия температуры согласно этой теории являются не абсолютно невозможными, но лишь крайне невероятными, правда, в непостижимо высокой степени. Поэтому если мы будем представлять себе мир достаточно большим, то тогда согласно самим законам исчисления вероятностей то там, то здесь будут возникать места, по своим размерам сравнимые с нашей галактикой и обладающие совершенно невероятными распределениями состояний. Как при их образовании, так и при их распаде ход времени будет иметь односторонний характер, так что, если в одном из таких мест окажутся мыслящие существа, они должны будут составить о времени совершенно такое же впечатление, какое имеется у нас, хотя ход времени для Вселенной в целом отнюдь не будет односторонним. Правда, развернутая здесь теория дерзко выходит за пределы опыта, однако она обладает как раз тем свойством, каким должна обладать любая подобная теория, поскольку она представляет опытные факты в совершенно новом свете, стимулируя дальнейшие размышления и исследования. В противоположность первому началу второе начало оказывается, таким образом, чисто вероятностным положением — точка зрения. высказанная Гиббсом еще в семидесятых годах прошлого века» [4, с. 390—391].

Какова же одна из возможных моделей Вселенной, охватывающая как ее строение, так и ее эволюцию?

«Можно представить себе Вселенную как механическую систему, состоящую из громадного числа составных частей и с громадной продолжительностью существования, так что размеры нашей системы неподвижных звезд ничтожны по сравнению с протяженностью Вселенной, и времена, которые мы называем эонами, ничтожны по сравнению с длительностью ее существования. Тогда во Вселенной, которая в общем везде находится в тепловом равновесии, т. е. мертва, то тут, то там должны существовать сравнительно небольшие области протяженности нашего звездного пространства (назовем их единичными мирами), которые в течение сравнительно короткого времени эры значительно отклоняются от теплового равновесия, причем одинаково часты такие, в которых вероятность состояния увеличивается, и такие, в которых она уменьшается. Следовательно, для Вселенной оба направления времени неразличимы, так же как в пространстве не существует верха и низа. Но так же, как в определенной точке земной поверхности направление к центру земли определяется как направление книзу, живое существо, находящееся в определенной фазе времени такого единичного мира, будет определять направление времени к менее вероятным состояниям иначе, чем противоположное направление (первое — как прошлое, начало, второе — как будущее, конец), и в соответствии с таким наименованием для него небольшие, изолированные от Вселенной области «сначала» будут всегда находиться в маловероятном состоянии. Этот метод кажется мне единственным методом, при котором можно представить себе второе начало, тепловую смерть каждого единичного мира, без одностороннего изменения всей Вселенной от определенного начала к заключительному конечному состоянию.

Никто, конечно, не станет считать подобные умозрения ни важными открытиями, ни тем более, как это делали древние философы, высшей целью науки. Однако законно ли высмеивать их как нечто совершенно бессмысленное — в этом можно сомневаться. Кто знает, не расширяют ли они круг наших представлений и, делая мышление более гибким, не способствуют ли познанию действительности?

То, что в природе переход от вероятного к маловероятному состоянию происходит не так же часто, как обратный процесс, можно было бы удовлетворительно объяснить, предположив, что вся окружающая нас Вселенная находилась в очень маловероятном начальном состоянии, в результате которого любая система вступающих во взаимодействие тел также первоначально находится, вообще говоря, в маловероятном состоянии. Но на это можно возразить, что в различных местах должен также происходить и быть наблюдаемым переход от вероятных к маловероятным состояниям. На это как раз дают ответ только что приведенные космологические рассуждения. Из численных данных о невообразимой редкости перехода от вероятного к менее вероятному состоянию, разыгрывающегося в поддающихся наблюдению областях в течение доступного наблюдению времени, становится ясным, что такой процесс в пределах того, что мы назвали в космологических рассуждениях единичным миром, в частности, в нашем единичном мире, так исключительно редок, что всякая возможность его наблюдения исключается.

Однако во всей Вселенной, являющейся совокупностью всех единичных миров, процессы с обратной последовательностью в самом деле имеют место. Только существа, может быть наблюдающие эти процессы, считают время снова движущимся от маловероятных к более вероятным состояниям, и никогда нельзя будет открыть, считают ли они время противоположно нам, так как они отделены от нас во времени эонами, в пространстве $10^{10^{10}}$ расстояниями до Сириуса, и вдобавок их язык не имеет никакого отношения к нашему.

Конечно, этому можно улыбаться, но нужно согласиться с тем, что развитая здесь картина мира возможна, что она свободна от внутренних противоречий, а также полезна тем, что открывает перед нами новые точки зрения и побуждает нас во многом не только к умозрениям, но и к экспериментам, например, исследования границы делимости, величины радиуса действия и связанных с ними отклонений от уравнений гидродинамики, диффузии, теплопроводности и т. д., к которым не могла бы привести никакая другая теория» [4, с. 328–329].

Попробуем подойти к проблеме строения Вселенной, исходя из выводов, полученных из опыта и его обобщения.

«Опыт учит, что система вступающих во взаимодействие тел «вначале» всегда находится в некотором маловероятном состоянии и вскоре принимает наивероятнейшее состояние (теплового равновесия), которое затем продолжается на все доступные наблюдению промежутки времени и только благодаря влиянию постороннего источника энтропии (например, Солнца или тел, на которые оно действовало) вновь может быть переведено в менее вероятное состояние. Последнее согласно нашей теории понятно, но так как мы все-таки должны считать Солнце частью Вселенной, то возникает вопрос, почему вся Вселенная находится в столь маловероятном состоянии, а не в каком-то вероятном или даже находится в таком крайне редком состоянии, что она переходит от более вероятного к менее вероятному состоянию. Мне не казалось ненаучным представить ситуацию, в которой мир первоначально был в еще менее вероятном состоянии, чем теперь, и сегодня все еще переходит к более вероятному, просто как предположение теории, подобно тому как теория Канта — Лапласа не указывает причину первоначального вращения мировой туманности. Мне также не казалось ненаучным отказываться от рассмотрения мира как целого и бесконечно давно отделенной от мира некоторой Системы. Однако тот, кого привлекают фантазии о Вселенной, может поддаться соблазну и представить себе весь мир вечно находящимся в тепловом равновесии. Если только мир представить огромным, то относительно крохотные его части (отдельные миры), которые все еще могут быть так же велики, как наш мир неподвижных звезд, в исчезающе малые по сравнению с продолжительностью мира промежутки времени, которые, однако, для нас могут быть эонами, всегда будут далеко удаляться от наивероятнейшего состояния (процесс a), достигать максимума невероятности состояния и затем вновь приближаться к наивероятнейшему состоянию (процесс b). Существо, обитающее в этом отдельном мире в течение процесса a, так же как и существо, обитающее там во время процесса b, обнаружит закон, аналогичный второму началу. Оба существа будут отсчитывать свое время от момента большей невероятности по направлению к состоянию большей вероятности, т. е. как раз в противоположном смысле, что, однако, никогда не может быть обнаружено, так как оба существа разделены эонами, а их отдельные миры отделены расстояниями, в миллиарды раз бо́льшими, чем расстояние до неподвижных звезд. Однако для мира в целом оба эти временны́х направления совершенно равноправны. Если вообще находить удовольствие в таких фантазиях, то это кажется мне единственным путем объяснения второго начала без пошлого предположения о тепловой смерти Вселенной. Это предположение заменяется распадом этих отдельных миров в среде, находящейся в тепловом равновесии» [4, с. 320—321].

Д. Тер Хару принадлежат несколько кратких замечаний о некоторых общих аспектах второго закона термодинамики и статистической механики, которые интересны с точки зрения рассматриваемой здесь проблемы.

1. Во всех практических приложениях энтропия возрастает, что может объясняться двумя причинами: во-первых, вероятность возрастания энтропии, значение которой в некоторый момент времени меньше равновесного, подавляюще велика по сравнению с вероятностью ее уменьшения; во-вторых, наши наблюдения всегда таковы, что, начав с некоторой заданной ситуации, мы наблюдаем дальнейшие состояния, а не можем наблюдать систему в предшествовавшие моменты времени. Это связано с нашей памятью о прошлом, т. е. знанием о том, что происходило, но не о том, что произойдет. В этом смысле необратимость второго начала психологически весьма обоснованна.

2. В настоящее время все наблюдения явлений во Вселенной совместимы с представлениями о ее развитии как целого из некоторого возможного, хотя и статистически (термодинамически) неправдоподобного состояния (космологические идеи о более или менее сингулярном состоянии $\sim 5 \div 10 \cdot 10^9$ лет тому назад). Однако и предположение, сделанное Больцманом о развитии нашего мира из менее вероятного в более вероятное состояние, не противоречит представлению о Вселенной, которая как целое находится в термодинамическом равновесном состоянии (концепция гигантских флуктуаций [183]). Концепции Больцмана безусловно нельзя отказать в грандиозности.

Вряд ли сегодня этот вопрос может быть решен; с точки зрения статистической механики по существу необходимо исследовать сложную проблему—о возможности теплового равновесия в незамкнутой системе, какой, по-видимому, является наша Вселенная.

Фантазия как-то предшествует научному знанию, которое в свою очередь позволяет создавать фантазии новых типов. На этой стадии психология — оптимизм или пессимизм — играет особенно важную роль. В концепции Больцмана психологически есть какая-то нота непреходящей печали.

Космологическую концепцию Больцмана развивал в нескольких работах советский физик Я. П. Терлецкий [45]. Возражениями против концепции Больцмана являются: 1) отсутствие абсолютной направленности времени; 2) ничтожно малая вероятность рассматриваемых Больцманом гигантских флуктуаций.

По поводу первого возражения можно заметить, что для Больцмана (превосходного знатока классической философии) это был лишь возврат к представлениям античных авторов (в частности, творцов мифов и историков) о периодическом (циклическом) течении времени и извечной повторяемости эпох бытия (в частности, бытия человека — «золотой век» позади, но может еще и быть), а «стрелу времени», по существу говоря, ввела в обиход лишь христианская теология.

С позиций несколько своеобразно сформулированной теоремы возврата Пуанкаре критиковал космологическую концепцию Больцмана Э. Борель (1871 — 1956), который, принимая концепцию эволюции Вселенной ко все более вероятным состояниям, в то же время считал, что этот закон не обязательно ведет к смерти Вселенной [8]. В общем, научно обоснованный ответ на эту больцмановскую космологическую проблему пока отсутствует.

В представлениях Больцмана нет ничего, что противоречило бы общим принципам физики. Однако для решения вопроса о конечности и бесконечности Вселенной, о направленности ее эволюции, вечно ли космологическое расширение или оно сменится сжатием, необходимы наблюдательные астрономические критерии, способные дать ответ на эти вопросы.

При изучении всех этих проблем проявилась глубокая внутренняя связь между физикой микромира и Вселенной в целом, о которой, естественно, не мог даже подозревать Больцман. Общие положения, которые сам Больцман считал скорее «домыслами», чем научными результатами, сменились теперь многочисленными конкретными наблюдательными и теоретическими фактами. Наблюдательные открытия XX в. и особенно обнаружение расширения Вселенной и существования в ней реликтового излучения позволяют сейчас составить определенное представление о свойствах космической среды в дозвездную, догалактическую эпоху, о физических процессах, приведших к формированию наблюдаемых структур Вселенной, о продолжающемся и в современную эпоху космогоническом процессе.

За истекшие приблизительно сто лет прогресс космологии грандиозен.

По современным представлениям история космических структур насчитывает 12—15 млрд. лет, возраст Вселенной в целом не менее 15—18 млрд. лет, и до образования современных планет, звезд, галактик все их вещество представляло собой горячую водородно-гелиевую плазму, по-видимому равномерно распределенную в мировом пространстве. Начальная картина и временной интервал похожи на картину, нарисованную Больцманом. Но этого мало. По данным наблюдательной астрономии число галактик и плотность вещества оказываются одинаковыми в достаточно больших объемах, где бы эти области ни находились. Это означает, что Вселенная, рассматриваемая в большом масштабе, является в среднем однородной, что представляет собой одно из фундаментальных свойств окружающего нас мира. Говоря в терминах функций распределения по пространству и энергии, можно сказать, что в целом эта функция равновесна (в среднем), что отнюдь не исключает локальных пространственных и временны́х флуктуаций и структурообразования (однородность означает симметрию, а структуры — нарушение симметрии). Вторым фундаментальным свойством Вселенной является ее общее расширение, предсказанное как нестационарность Вселенной основоположником современной космологии, советским ученым А. А. Фридманом на основе общей теории относительности и обнаруженное Э. Хабблом в конце 20-х годов XX в.

Бросим взгляд в прошлое Вселенной. Если сейчас космические системы удаляются друг от друга, то тогда они были ближе друг к другу, а в еще более ранние времена отдельные структуры не могли существовать в их современном виде, и вещество, из которого они состоят, должно было быть равномерно перемешано и составлять единую космическую среду. Согласно теории Фридмана плотность мира растет в прошлое неограниченно и в некоторый момент времени становится бесконечной. Следовательно, эта теория уже неприменима в этой точке и «ранее» ее.

История физики учит нас на многих примерах, что каждый раз, когда в наших моделях или формулах возникает бесконечность, мы сталкиваемся с каким-то существенно новым явлением (процессом или состоянием), в принципе иным, чем те, которые эти модели и формулы описывают (известный пример — аэродинамика дозвуковых и сверхзвуковых скоростей).

Естественно поэтому предположить, что когда в решениях космологических уравнений появляется бесконечная плотность (сингулярное состояние вещества), то в этот момент происходит какое-то новое, нам еще неизвестное колоссальное по вовлеченной в него массе и энергии явление, сообщившее всему веществу Вселенной огромные скорости разлета.

В силу действия гравитационных сил расширение может смениться сжатием, и в результате этого изменится и направление «стрелы времени» на обратное. Сжавшись до бесконечной плотности, Вселенная после «первичного взрыва» снова начнет расширяться, хотя и не тождественным с предыдущим образом. Тогда — циклическое время античности.

Если «вселенские картины» Больцмана не подкреплялись ни математически разработанными моделями, ни лабораторными экспериментами, то в настоящее время в рассмотрение строения и эволюции Вселенной вовлечен все углубляющийся синтез физики микромира и астрофизики (например, наряду с распределением элементов, нейтронами, нейтрино и т. п. — протогалактическая турбулентность, гравитационная неустойчивость и т. д.). В развитии Вселенной теперь выделяют четыре стадии (эры): адронная, продолжительность $\simeq 10^{-4}$ с, лептонная $\simeq 10$ с, эра излучения $\simeq 10^{13}$ с $\simeq$ $\simeq 10^{6}$ лет, эра вещества (продолжается до сих пор, и на определенном ее этапе начинаются процессы формирования галактик и звезд). Космология теперь решает вопрос (в рамках модели горячей Вселенной), как и почему распределенное первоначально однородно и изотропно вещество в значительной своей части сконцентрировалось в форме галактик и скоплений галактик и почему наблюдаемые свойства галактик — их формы, размеры и массы — именно таковы?

Колоссальный прогресс космологии заставляет нас смотреть на космические чисто качественные концепции Больцмана не только так, как смотрел на них он, — как на одну из возможных моделей, синтезирующих фантазию и набросок научной гипотезы (неразработанной, да ведь в его время и не было материала для ее разработки), но и как на предчувствие, возникшее из новой детерминистической и вероятностной картины физического мира.

Какой полет мысли и какое самоограничение! Какое умение варьировать их соотношение от прекрасного математического здания статистической механики до возможной (!) модели Вселенной! «Лишь в чувстве меры найдешь ты Совершенство!» (Гете).

Литература, научная и научно-популярная, по вопросам космологии и космогонии огромна, и читатель, который захочет узнать и понять место человека во Вселенной, без труда найдет подходящую для себя книгу.

Глава 9

У последней черты

На пороге XX в. Больцман, обращаясь и к нам, людям XX в., в докладе, прочитанном на Собрании естествоиспытателей в Мюнхене 22 сентября 1899 г., говорил: «...сохранит ли в основных чертах свое значение старая механика с ее прежними силами, хотя бы избавленными от налета метафизики, или она станет достоянием истории... Останется ли что-либо существенное от нынешней молекулярной теории... или ее заменит совершенно новая атомистика... или лучшей моделью окажется идея чистого континуума? Не выиграет ли еще раз механическое мировоззрение битву, найдя, наконец, простую механическую модель светового эфира... или лучшей будет признана какая-то новая немеханическая модель?..

Все это в самом деле крайне интересные вопросы! Становится грустно, когда подумаешь о том, что придется умереть задолго до их решения. О, беспокойный смертный! Твой жребий — радоваться, глядя на будущую битву!

Впрочем, более правильным представляется работать над тем, что находится под руками, а не ломать голову над столь далекими проблемами. Ведь и так наше столетие было достаточно богато всевозможными достижениями! Грядущему веку оно завещает изобилие положительных фактов и драгоценное наследие проверенных и очищенных методов исследования. Военный хор спартанцев обращался к юношам с призывом: *будьте еще более храбрыми, чем мы*! Если мы, следуя старому обычаю, захотим встретить новый век благословением, то мы можем, уподобляясь своей гордостью спартанцам, пожелать ему, чтобы он стал еще более великим и значительным, чем тот, с которым мы сейчас прощаемся!» [4, с. 372].

Да, пожелания Больцмана сбылись с лихвой на наших глазах, хотя век XX еще не закончен. Но сам Больцман мог увидеть только самые начальные предвестия великого и страшного века.

Конец жизни Больцмана уже близок. Больцман в Лейпциге, как отмечает Оствальд, иногда как бы испытывал странное чувство боязни лекций. Вот что писал Оствальд: «Человек, который превосходил нас всех в проницательности и ясности в науке, страдал ужасно под действием непобедимой тревоги, что память и мысль неожиданно оставят его посредине лекции». Однако он хорошо понимал, что это не только следствие психической неуравновешенности Больцмана, а также проявление «самой тяжелой болезни, какой может заболеть профессор»,— боязни лекций, которой не избежал в конце жизни и сам Оствальд. Он написал: «Таких инвалидов в науке больше, чем думают, а неисчислимые страдания, выпадающие на их долю, еще не нашли своего Гомера. Каждый отдельный подобный случай считают несчастьем отдельной личности, совершенно упуская из вида, что перед нами явление естественной закономерности. Наука требует своих жертв с такой же жестокой неумолимостью, как смерть. Большей частью эта жертва приносится в молодости...».

Одной из причин депрессии Больцмана было, несомненно, то, что в результате напряженного труда он подорвал здоровье и нервную систему, заболел тяжелой формой астмы и страдал от сильных головных болей, которые возникли вследствие чрезмерной работы.

Он боялся ослабления своей духовной, творческой силы. Нервная система не могла выдержать такой сверхчеловеческой нагрузки. Кроме того, Больцмана мучали астматические явления, и, по-видимому, грудная жаба была причиной тяжких болей. Он имел в Вене еженедельно пять часов лекций по теоретической физике, семинар по теоретической физике и каждый третий семестр курс по крайней мере один час в неделю. Начиная с 1903 г. он читал еще два часа в неделю курс философии (вместо Э. Маха).

Из США он писал с никогда не покидавшим его юмором своему ассистенту Стефану Мейеру, жалуясь на тяжелый, непривычный для европейца климат: «В дополнение ко всему дождевая вода, которая зимой хранится в огромных цистернах, расстраивает мой желудок. Вино каждый должен прятать, как школьник — папиросы. Это они называют свободой» [100].

В это время Больцман приближался к концу своего жизненного пути. В 1903 г. его жена писала дочери: «С отцом хуже с каждым днем. Я потеряла веру в будущее. Я надеюсь на лучшую жизнь в Вене». Нервная система Больцмана истощалась и от постоянных дискуссий с научными оппонентами. Его зрение ухудшалось в такой степени, что он боялся читать. Он вынужден был нанять женщину, которая читала ему научные статьи, а его жена писала его статьи. Можно представить, что большая педагогическая нагрузка вместе с научной работой превосходила то, что могло выдержать его слабое здоровье. «Как изнурительна была его болезнь, я мог догадаться, только видя страдания моей матери, которая страдала подобной болезнью. Когда даже отдых в Дуино вблизи Триеста не принес ему облегчения от мучительной болезни, он покончил с собой в припадке депрессии 5 сентября 1906 г.» [101].

«Когда я (А. Хофлер) посетил его во время пасхальных праздничных дней 1906 г. в последний раз, он выразил свои физические и психические страдания так: „Я никогда бы не поверил, что такой конец возможен“» [112].

«...Вместе с другими студентами я (Л. Фламм) экзаменовался у него на вилле в Währig'е. Уходя после экзамена, мы слышали из передней его душераздирающие стоны» [103].

Приведем доступные нам сведения о событиях 5 сентября 1906 г. «Он вывез свою семью в Дуино — маленький прекрасный курорт на берегу Адриатического моря, намереваясь поплавать, хотя он был возбужден и в нервном состоянии потому, что желал вернуться в Вену. Впрочем, казалось, что его состояние улучшилось. В день своей смерти Больцман был особенно возбужден» [184].

Трагедией Больцмана было то, что он не дожил до славной победы своих идей. Он ушел из этого мира, когда решающая битва еще не завершилась, но победа в ней была так близка и так ощутима.

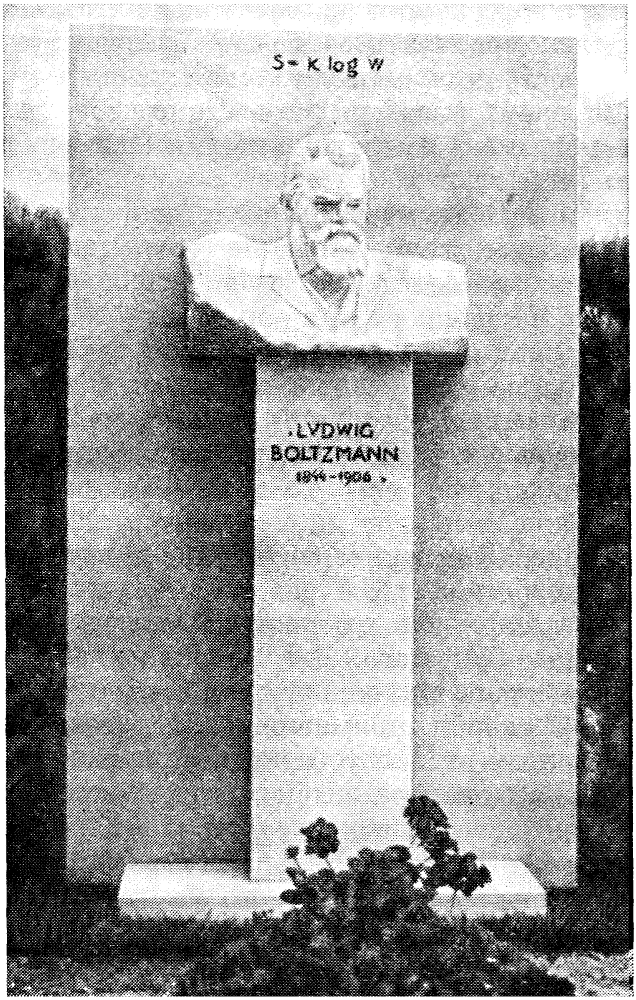
Идеи Больцмана, полученные им научные результаты не только не перешли в область истории науки, а стали достоянием не одной физики, но и многих сопредельных с физикой наук, зарождающихся и бурно развивающихся в течение XX в. Они сопровождают нас, входя в наше миропонимание, начиная со школьной скамьи, продолжая университетской аудиторией, и достигают глубин и высот науки и техники не только XX в., но и, можно с уверенностью сказать, близкого и отдаленного будущего.

Об этом очень эмоционально написал Зоммерфельд: «...к нашей скорби примешивается чувство благодарности за все им достигнутое, за воодушевление, от него исходящее, за преподанный им пример самоотречения и преданности своему идеалу» [6, с. 234].

В память о Людвиге Больцмане в 1912 г. был установлен его бюст около Венского университета. Памятной доской на здании университета Граца отмечена деятельность Больцмача в нем. Наконец, улица, на которой в Вене находятся Физический и Химический институты, получила название Boltzmanngasse. В июле 1913 г. община г. Вены взяла под свое попечительство могилу Больцмана на Центральном венском кладбище. На могиле в июне 1933 г. установлен бюст Больцмана, высеченный из белого мрамора скульптором Амбрози. На постаменте формула, которая, как выразился Тирринг в своей речи на открытии памятника, сохранит свою силу даже тогда, когда все памятники будут погребены под мусором тысячелетий:

$$S=k \ln W.$$

Повторяя процитированные когда-то Больцманом стихи из «Фауста» Гете, приведенные по поводу уравнений Максвелла, Ф. Эренгафт (1872—1952) в своей речи на открытии памятника воскликнул: «Не боже-



Памятник Л. Больцману
на Центральном венском кладбище

ство ли начертало эти знаки?». По словам А. Зоммерфельда, эта формула, «высеченная на памятнике Больцмана на венском кладбище, парит на фоне облаков, плывущих над могилой великого Больцмана» [168, с. 25].

В течение прошедших со дня смерти Больцмана 80 лет были напечатаны 87 книг и статей, посвященных ему, его научному творчеству и влиянию его научных результатов и идей на последующее развитие науки, т. е. выходило каждый год больше одной статьи или книги.

Столетие со дня рождения Больцмана выпало на тяжелые годы второй мировой войны и не было отмечено. В этой войне пропал (согласно частному письму его внука, профессора физики Д. Фламма, автору этой книги) архив Больцмана. Пятидесятилетие со дня его смерти было отмечено в СССР 5 сентября 1956 г. заседанием Отделения физико-математических наук АН СССР. Прочитанные там Л. Фламмом, Н. Н. Боголюбовым, Ю. В. Саночкиным доклады, а также статья Б. И. Давыдова опубликованы в журнале «Успехи физических наук» [3, 15, 48].

В 1972 г., в столетнюю годовщину выхода в свет работы Больцмана «Дальнейшие исследования теплового равновесия между молекулами газа», в которой впервые появилось его кинетическое уравнение, был проведен в Вене международный симпозиум «100 лет уравнения Больцмана», труды которого были изданы в 1973 г. в сборнике «The Boltzmann equation. Theory and applications» объемом 642 страницы [68].

В 1984 г. в СССР в серии «Классики науки», издаваемой Академией наук СССР, был опубликован том Избранных трудов Л. Больцмана по молекулярно-кинетической теории газов, термодинамике, статистической механике, теории излучения, общим вопросам физики объемом 589 страниц [4].

Память о Больцмане останется в физике навсегда в шести фундаментальных соотношениях, уравнениях и величинах: 1) распределение Максвелла — Больцмана; 2) H-теорема Больцмана; 3) соотношение $S=k\ln W$ Больцмана; 4) кинетическое уравнение Больцмана; 5) закон излучения Стефана — Больцмана; 6) универсальная постоянная Больцмана.

Глава 10

Развитие идей и методов Больцмана в первой половине XX в.

1. Развитие эргодической гипотезы

Рассмотрим кратко развитие совокупности проблем, связанных с эргодической гипотезой, квазиэргодической гипотезой, эргодической теорией и теоремой, в первой половине XX в. [1]

Фундаментальные результаты в теории эргодических систем принадлежат Дж. Биркгофу, Дж. фон Нейману, А. Н. Колмогорову, Э. Хопфу, В. И. Арнольду, Я. Г. Синаю, Дж. Лебовицу и другим.

В работах этих авторов было показано, что среди динамических систем существуют так называемые эргодические системы, для которых единственным инвариантом является энергия. За подробным изложением проблем, связанных с развитием эргодической теории, мы отсылаем читателя к книгам: *Arnold V., Avez A.* Ergodic problems of classical mechanics. N. Y.: Benjamin, 1968; *Балеску Р.* Равновесная и неравновесная статистическая механика. Т. 1, 2. М.: Мир, 1978; *Lebowits J., Penrose O.* Modern ergodic theory.— Phys. Today, 1973, vol. 2, p. 23. Одним из важных результатов исследования эргодических систем явилось установление тесной связи между вероятностью и неустойчивостью системы.

В течение первой половины XX в. были получены следующие результаты: 1) доказательство невозможности существования эргодических систем; 2) теорема Биркгофа; 3) применение меры Лебега и понятия о метрической неразложимости; 4) анализ формулировки эргодической теоремы.

Напомним, что в понимании теоретиков последней трети XIX в. эргодическая система — это такая система,

[1] Так как эргодические системы в первоначальном смысле слова невозможны, то многие авторы теперь называют квазиэргодические системы эргодическими.

Модернизированная формулировка теоремы Пуанкаре была дана Ван Флеком [178]. Пусть A представляет собой на энергетической поверхности окрестность некоторой выбранной точки P. Теорема Пуанкаре состоит в том, что мера множества точек в области A, которые никогда не возвращаются в эту область, должна быть равна нулю.

изображающая точка которой в Г-пространстве проходит через каждую точку энергетической поверхности, соответствующей энергии системы. Вычисление среднего по времени в этом случае совпадает с вычислением среднего по энергетической поверхности, т. е. со средним по совокупности систем (ансамблю), обладающих той же самой энергией. Такой ансамбль по Гиббсу называется микроканоническим. Тем самым было положено начало статистической механике в современном смысле слова. Сама проблема возникла в связи с возражениями Лошмидта и Цермело; возражения последнего основаны на теореме возврата Пуанкаре [160].

В 1913 г. Розенталь [167] и Планшерель [158] (1885—1967) независимо друг от друга доказали невозможность существования эргодических систем, а в 1923 г. Э. Ферми (1901—1954) [97] показал, что определенный класс физических систем является квазиэргодическим. Равенство средней по времени и средних по ансамблю доказывалось Розенталем [167], но его доказательство оказалось недостаточно строгим. В последующие годы этой проблемой занимались главным образом математики, причем утверждение указанной эквивалентности получило название эргодической теоремы. В 1931—1932 гг. эту проблему рассмотрели Биркгоф (1884—1944) и Джон фон Нейман (1903—1957) [56, 152].

Интерес Биркгофа, одного из крупнейших математиков США, к эргодической проблеме, в анализе которой его работы сыграли важнейшую роль, далеко не случаен. Он связан с исследованиями Биркгофа по общей теории динамических систем и качественной теории дифференциальных уравнений и с его теоретико-множественными и топологическими подходами к решению задач классической и статистической механики.

Джон фон Нейман, один из замечательнейших математиков первой половины XX в., исследования которого охватывают широчайший круг различных математических наук и теоретической и математической физики, естественно, заинтересовался и эргодической проблемой, значение которой к тому времени вышло далеко за пределы только статистической механики.

Биркгоф и фон Нейман установили, что при некоторых правдоподобных математических условиях эти два типа средних дают одинаковый результат, а затем в 1941 г. Окстоби (р. 1910) и Улам (р. 1909) показали.

что этим условиям удовлетворяет весьма широкий класс систем.

Годом позже работ Розенталя и Планшереля появилась работа П. Эренфеста, в которой вместо эргодической гипотезы введена так называемая квазиэргодическая гипотеза, согласно которой «при достаточно длительном продолжении движения во времени изолированная система подходит сколь угодно близко к любой заданной фазовой точке, совместимой с энергией системы» [92].

Эргодическая теория в том виде, какой придали ей Дж. фон Нейман и Биркгоф, не является единственным методом для попыток объяснить в терминах динамических свойств общую тенденцию систем многих частиц приближаться к равновесию.

Как показал Нейман, при конечной мере $m(A)$ фазового пространства системы требование эргодичности системы как постоянства почти везде в A среднего по времени каждой принадлежащей энергетической поверхности функции эквивалентно требованию метрической транзитивности движения системы (т. е. невозможности выделить хотя бы два измеримых и отличных по мере от нуля инвариантных при движении подмножества A).

Кроме того, Нейман, Биркгоф, Карлеман, Рисс [166] доказали так называемые статистическую и индивидуальную эргодические теоремы, являющиеся общими предположениями механики, независимыми от конкретных предположений о характере движения (например, от метрической транзитивности). Оригинальность доказательства Рисса состоит в том, что он рассмотрел случай, когда усреднение производится по дискретным значениям t.

Эргодическим теориям была посвящена 14-я международная школа по физике «Энрико Ферми» в 1960 г.[2]

Эргодическая теорема Биркгофа утверждает эквивалентность среднего, взятого по энергетической поверхности, и среднего по времени, взятого практически по

---

[2] Proc. Intern. Scool Physics «Enrico Fermi», XIV Course. Theories Ergodic. N. Y.: Acad. press, 1961; см. также: *Орнстейн Д.* Эргодическая теория, случайность и динамические системы. М.: Мир, 1978; *Халмош П. Р.* Лекции по эргодической теории. М.: Изд-во иностр. лит., 1959; Fundamental problems in statistical mechanics. Amsterdam: North-Holland Publ., 1962; Dynamical systems. Theory and applications (Lecture notes in physics, 1975, vol. 38).

всем орбитам на энергетической поверхности при условии, что энергетическая поверхность метрически неразложима (понятие метрической неразложимости введено Биркгофом и Смитом [54]). Он показал, что: 1) для $f(p, t_0, T)$ почти для всех орбит на энергетической поверхности существует предел при $T \to \infty$; 2) этот предел не зависит от t_0; 3) этот предел является константой почти всюду на энергетической поверхности [3], т. е. среднее по времени $\bar{f}(p, t_0, T)$, взятое за бесконечный промежуток времени, почти всюду на этой поверхности постоянно при условии, что группа преобразований $p \to p_t$ является метрически транзитивной, или, иначе говоря, энергетическая поверхность является метрически неразложимой [4].

Проблема, связанная с эргодической теоремой, сведена, таким образом, к проблеме доказательства того, что энергетические поверхности, как правило, являются метрически неразложимыми. В 1941 г. Окстоби и Улам [155] доказали это для довольно широкого класса поверхностей. По мнению Биркгофа и Купмана, «квазиэргодическая гипотеза заменена ее современной версией — гипотезой метрической транзитивности» [57].

Заметим, что для любой квазиэргодической системы энергетическая поверхность является метрически неразложимой, а также что Ферми [97] доказал квазиэргодичность канонических нормальных систем [5].

Для метрически транзитивных систем величина среднего по времени

$$\bar{B} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(p_i)\, dt \tag{41}$$

---

[3] «Почти все» или «практически все» понимается в смысле, предложенном Биркгофом в 1922 г. [55].

[4] Группа преобразований $p \to p_t$ называется метрически транзитивной, а энергетическая поверхность — метрически неразложимой, если ее нельзя разбить на две части, обе положительной меры и обе инвариантные относительно каждого преобразования группы.

[5] Канонической нормальной системой называется такая система, в которой можно ввести последовательность таких канонически сопряженных переменных x_i, y_i, что: 1) энергия не зависит от времени; 2) в системе существует такой параметр α, что гамильтониан $\mathcal{H}$ можно представить рядом по степеням α: $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \alpha\mathcal{H}_1 + \alpha^2\mathcal{H}^2 + \ldots$ 3) первый член $\mathcal{H}_0$ в $\mathcal{H}$ не зависит от x_i, а остальные могут зависеть как от x_i, так и от y_i; 4) все $\mathcal{H}_i$ — периодические функции с общим периодом по x_i.

не зависит от выбираемой траектории и равна среднему по ансамблю

$$\langle B \rangle = \int \ldots \int dA f(p_i)\, \sigma(\mathscr{H}), \tag{42}$$

где p_i — координаты точки фазового пространства, начавшей свое движение из точки p_0, $\sigma(\mathscr{H})$ представляет собой распределение плотности вероятности вдоль энергетической поверхности, по которой берется интеграл.

Отметим в заключение, следуя Дж. Уленбеку и Дж. Форду [47], что, для того чтобы имело место $\bar{B} = \langle B \rangle$, в принципе не необходимо, чтобы механическая система имела много степеней свободы, хотя свойство метрической транзитивности системы представляется более естественным в случае больших N.

Рассмотрим теперь очень кратко процесс приближения к равновесию по Больцману в свете изложенных представлений. Подставив в (41) и (42) выражение для $f(p)$, а именно $f(p)=1$, если p лежит внутри области A, и $f(p)=0$ в любом другом случае, получаем, что для метрически транзитивных систем

$$\lim_{T\to\infty} \frac{t(A)}{T} = \frac{V(A)}{V}, \tag{43}$$

где $t(A)$ — время, в течение которого фазовая точка находится в области A, $V(A)$ — объем этой части энергетического слоя, общий объем которого, включая область A, равен V. Таким образом, точная формулировка предположения, лежащего в основе больцмановского представления, состоит в том, что время $t(A)$ главным образом определяется размером области A. Это утверждение связано с теоремой о среднем времени возврата, доказанной М. Кацем.

Оригинальный и весьма глубокий подход к вопросам обоснования статистической механики, связанный с эргодической проблемой, рассмотрением систем «размешивающегося» типа и необратимостью в термодинамике, развивал Н. С. Крылов (1917—1947) [17].

Важные проблемы дальнейшего развития эргодической теории освещены в докладах Я. Синая, Д. Рюэля, О. Ланфорда на симпозиуме, посвященном столетию уравнения Больцмана [68][6].

---

[6] См. также: *Корнфельд И. П., Синай Я. Г., Фомин С. В.* Эргодическая теория. М.: Наука, 1980.

Особый принципиальный интерес представляет введенная А. Н. Колмогоровым функция K — так называемая энтропия Колмогорова. Обсуждение относящихся сюда вопросов выходит далеко за пределы нашей книги (см. *Колмогоров А. Н.*— ДАН СССР, 1959, т. 98, с. 527; *Песин Я. Б.*— УМН, 1977, т. 32 (4), с. 55).

2. Вывод из уравнения Лиувилля кинетического уравнения Больцмана и методы его решения

После работ начала XX в. новый подъем кинетической теории и в первую очередь новый цикл работ по теории плотных газов и жидкостей начался в 1946 г. Однако надо отметить, что уже в 1935 г. была опубликована монография Ж. Ивона [113], в которой он, впрочем, уклонился от рассмотрения задачи определения транспортных коэффициентов.

Американский ученый Дж. Г. Кирквуд (1907—1959) еще в 1942 г. рассмотрел [123] вывод радиальной функции распределения для твердых сферических молекул; этот вывод был обобщен на произвольный межмолекулярный потенциал М. Борном (1882—1970) и Г. С. Грином [69]. Работа Кирквуда 1946 г. [121] написана на гораздо более высоком теоретическом уровне (сказалось влияние теоретиков, принимавших участие в создании атомной бомбы), задача рассмотрена с использованием спектральной теории операторов в гильбертовом пространстве Дж. фон Неймана. Кирквуд ввел в статистическую механику оператор Лиувилля, который с той поры стал неотъемлемым методом в этой области. Кирквуд записал уравнение Лиувилля в форме

$$\mathcal{L}f^{(N)} + i\,\frac{\delta f^{(N)}}{\delta t} = 0, \tag{44}$$

где

$$\mathcal{L} = i\sum_{i}^{N}[\mathbf{p}_i/m_i)\,\nabla_{\mathrm{R}_i} + (X_i + F_i)\,\nabla_{p_i}]. \tag{45}$$

В работе 1949 г. Кирквуд с соавторами [122] применил свою общую теорию к детальному расчету вязкости жидкого аргона при 89 К, воспользовавшись потенциалом Ленарда — Джонса. Расхождение с экспериментом было 1,27/2,39, которое было оценено как «умеренно хорошее согласие», так как единственная известная тогда теория Борна — Грина не привела ни к каким конкретным результатам.

Наиболее глубокой и важной из работ, опубликованных в 1946 г., была книга Н. Н. Боголюбова (р. 1909). Внимание западных ученых на эту книгу обратил Уленбек, убедив многих из них, что здесь изложен наилучший путь обобщения и расширения кинетической теории газов Максвелла — Больцмана. Боголюбов исходит из уравнения Лиувилля для функции распределения молекул. Он получает цепочку уравнений, связывающую функцию распределения n молекул с функцией распределения $n+1$ молекул:

$$\frac{\partial f_n}{\partial f} = [\mathcal{H}_n, f_n] + \frac{1}{v}\int \Big[\sum_{1 \leqslant i \leqslant 5} \Phi(|q_i - q_{i+1}|) f_{n+1} \Big] dx_{n+1}, \tag{46}$$

где $\Phi(|q_i - q_{i+1}|)$ — потенциал парного взаимодействия молекул, $\mathcal{H}_n$ — гамильтониан комплекса из n молекул, q_i — совокупность координат импульсов i-й молекулы. Эту цепочку в мировой литературе называют цепочкой уравнений ББГКИ (Боголюбова—Борна—Грина—Кирквуда—Ивона). Предполагая, что плотность газа мала, надо найти решение этих уравнений.

Для построения кинетического уравнения Боголюбов разработал метод решения цепочки уравнений. Это оказалось возможным из-за существования различных масштабов времени при релаксации функции распределения.

Для любого реального газа существуют три характерных интервала времени. Этот факт положен в основу анализа Н. Н. Боголюбова. Эти времена таковы: 1) $\bar{\tau}$ — среднее время, в течение которого две частицы находятся в сфере влияния друг друга — время столкновения; 2) $\bar{t}$ — среднее время, в течение которого столкновения отсутствуют — среднее время между столкновениями; 3) $\bar{T}$ — среднее время, нужное частице, чтобы пересечь сосуд, заполненный газом:

$$\bar{\tau} \ll \bar{t} \ll \bar{T}. \tag{47}$$

С этими временами связаны: 1) r — радиус потенциала взаимодействия; 2) λ — средняя длина свободного пробега; 3) L — характерный размер сосуда, заполненного газом. При $\bar{v}=300$ м/с, $p=1$ ата для фундаментальных времен и расстояний имеем $\bar{\tau}=10^{-12}$ с, $\bar{t}=10^{-9}$ с, $T=$

$=10^{-4}$ с, $r=3\cdot10^{-8}$ см, $\lambda=3\cdot10^{-5}$ см, $L=3$ см. Пусть газ достаточно разрежен, чтобы выполнялось левое неравенство в (47), и в то же время достаточно плотен, чтобы выполнялось и правое неравенство в (47). Тогда можно говорить о трех интервалах времени в развитии газовой системы: 1) $0<t<\bar{\tau}$ — начальная стадия; 2) $\bar{\tau}<t<\bar{t}$ — кинетическая стадия; 3) $\bar{t}\leqslant t\leqslant\bar{T}$ — гидродинамическая стадия, когда функции распределения f зависят только от n и $\mathbf{u}$ (гидродинамическая скорость) и T, т. е. от первых пяти моментов функции f. Различным применениям метода Н. Н. Боголюбова посвящена обширная литература (см. [147]).

Последнее достижение классической (неквантовой) кинетической теории было получено в независимых трудах С. Чепмена [81] и Д. Энскога [94] по теории переноса между 1912 и 1917 гг. Они разработали общий метод определения функции распределения по скоростям в неоднородном газе и расчета коэффициентов вязкости, теплопроводности и диффузии [51]. Важным результатом этих исследований было теоретическое предсказание явления термической диффузии, позднее найденное экспериментально Чепменом и Датсоном.

В случае одновременного открытия метода Чепмена и Энскога не возникло никаких приоритетных проблем. В психологическом смысле, как отметил сам Чепмен, когда открытие абстрактно и сложно, то оно с большим доверием воспринимается учеными, которые не хотят вдаваться в вычислительные детали, тогда, когда оно сделано одновременно и независимо двумя исследователями.

Идея метода Чепмена — Энскога заключается в следующем: функция распределения разделяется на две аддитивные части — первая максвелловская $f_{\text{М}}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$, причем такая, что она дает значение локальной концентрации, скорости и плотности энергии в газе; вторая используется при определении потоков тепла и импульса. Указанные части функции распределения связываются друг с другом линеаризованным оператором соударения таким образом, чтобы определение теплопроводности и внутреннего трения сводилось к решению линейного неоднородного интегрального уравнения второго рода. Основную роль в реализации метода Чепмена — Энскога играет то, что: 1) условиями существования решения указанного интегрального уравнения являются законы сохранения;

2) точное решение его для максвелловского газа известно; 3) решение этого уравнения в общем случае может быть представлено в виде разложения по собственным тензорам максвелловского газа.

Как уже было отмечено выше, влияние идей Больцмана в наше время распространилось на теорию информации и на теорию переносных явлений, в которых уравнение Больцмана играет основную роль. Каждый год в газовой динамике, физике плазмы, теории переноса нейтронов, теории твердого тела и в химической кинетике и многих других областях физики и сопредельных наук появляются сотни статей, которые исходят из уравнений, подобных уравнению Больцмана: уравнений Ванг-Чанг — Уленбека, Власова, Ленарда — Балеску, Энскога, Фоккера — Планка и других. Если Больцман рассматривал функции распределения по скоростям одноатомных газов, то сегодня изучаются распределения энергии поступательного движения, транспортные коэффициенты, заселенности квантовых уровней для сложных многоатомных молекул, электронов, ионов, радикалов, «горячих» атомов и т. п. Исследованию подвергались также кинетика заряженных частиц в электрическом и магнитных полях. Значительно усовершенствовались и методы решения кинетического уравнения Больцмана: метод Карлемана, Чепмена—Энскога, Грэда и др., методы линеаризации уравнения Больцмана, метод Монте-Карло и т. п. Уравнение Больцмана было обобщено и на релятивистский случай очень больших скоростей.

Огромную роль играют основополагающие результаты, полученные Больцманом, в бурно развивающейся в настоящее время теории *неравновесных* физических, физико-химических, химических, биологических, экологических и других процессов.

Несомненно, что неравновесность является источником порядка [7].

---

[7] *Николис Г., Пригожин И.* Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979; *Полак Л. С., Михайлов А. С.* Самоорганизация в неравновесных физико-химических системах. М.: Наука, 1983.

Глава 11

Новые науки, возникшие в связи со статистической механикой Больцмана — Гиббса

Что касается новых направлений и наук (нет смысла заниматься здесь вопросом о том, когда и как новое направление внутри той или иной науки конституируется в новую самостоятельную науку), то нами будет дано только перечисление основных и наиболее близко примыкающих к работам Больцмана и Гиббса направлений и наук, обобщающих и расширяющих с необходимыми изменениями и дополнениями сферы применения этих работ.

1. Статистическая термодинамика [1].
2. Неравновесная статистическая термодинамика [2].
3. Неравновесная статистическая механика [3].
4. Неравновесная химическая кинетика [4].
5. Статистическая механика заряженных частиц [5].
6. Кинетика частиц плазмы [6].
7. Динамика разреженного газа [7].
8. Статистическая физика [8].
9. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций [9].

---

[1] *Шредингер Э.* Статистическая термодинамика. М.: Изд-во иностр. лит., 1948.

[2] *Зубарев Д. Н.* Неравновесная статистическая термодинамика. М.: Наука, 1971.

[3] *Пригожин И.* Неравновесная статистическая механика. М.: Мир, 1964; *Честер Дж.* Теория необратимых процессов. М.: Наука, 1960; *Балеску Р.* Равновесная и неравновесная статистическая механика. М.: Мир, 1979.

[4] *Полак Л. С.* Неравновесная химическая кинетика. М.: Наука, 1979.

[5] *Балеску Р.* Статистическая механика заряженных частиц. М.: Мир, 1967.

[6] *Шкаровский И., Джонстон Т., Бачинский М.* Кинетика частиц плазмы. М.: Атомиздат, 1969.

[7] *Коган М.* Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967.

[8] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Статистическая физика. М.: Наука. 1964; *Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Статистическая физика. М.: Наука, 1978; *Исихара А.* Статистическая физика. М.: Мир, 1973; *Климонтович Ю. Л.* Статистическая физика. М.: Мир, 1982.

[9] *Гленсдорф П., Пригожин И.* Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций. М.: Мир, 1973; *Николис Г.*,

10. Неравновесная термодинамика [10].

11. Квантовая статистика [11].

12. Неравновесная квантовая статистическая механика [12].

13. Теория и приложения уравнения Больцмана [13].

14. Теория информации [14].

15. Синергетика [15].

Этот список отнюдь не закончен.

Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979.

[10] *Гроот С. де, Мазур П.* Неравновесная термодинамика. М.: Мир, 1964; *Хир К.* Статистическая механика, кинетическая теория и стохастические процессы. М.: Мир, 1976.

[11] *Бриллюэн Л.* Квантовая статистика. Харьков; Киев: ГНТИ Укр., 1934.

[12] *Фудзита С.* Введение в неравновесную квантовую статистическую механику. М.: Мир, 1969.

[13] *Черчиньяни К.* Теория и приложения уравнения Больцмана. М.: Мир, 1978; *Гуров К. П.* Основания кинетической теории. Метод Н. Н. Боголюбова. М.: Наука, 1966.

[14] Теория информации и ее приложения. М.: Физматгиз, 1959; *Яглом Я. М., Яглом И. М.* Вероятность и информация. М.: Физматгиз, 1960; *Бриллюэн Л.* Наука и теория информации. М.: Физматгиз, 1960.

[15] *Хакен Г.* Синергетика. М.: Мир, 1980; *Полак Л. С., Михайлов А. С.* Самоорганизация в неравновесных физико-химических системах. М.: Наука, 1983.

Заключение

Рассмотрение эволюции статистической физики, начиная с молекулярно-кинетической теории и продолжая статистической механикой в первую очередь и главным образом в трудах великого ученого Людвига Больцмана, хотелось бы закончить двумя строчками из стихотворения «Колумб» Фридриха Шиллера — его любимого поэта. Эти строчки цитировал сам Л. Больцман, ведь для него образ Колумба был неотделим от представления о наивозможной полноте человеческого счастья:

В тесном союзе и были, и будут природа и гений:
Что обещает нам он — верно исполнит она!»[1]

Больцман был живым воплощением замечательных слов того же Шиллера: «Человек растет вместе со своими целями».

---

[1] *Шиллер Ф.* Собрание сочинений в семи томах. Т. 1. М.: ГИЗ, 1955, с. 208, стихотворение «Колумб», перевод М. Л. Михайлова.

Библиография научных трудов Л. Больцмана

1. *Boltzmann L.* Wissenschaftliche Abhandlungen/Herausg. F. Hasenörl. Leipzig: J. Barth., Bd. 1 (1865—1874), 1909 (652 S.); Bd. 2 (1875—1881), 1909 (595 S.); Bd. 3 (1882—1905), 1909 (706 S.).
2. *Больцман Л.* Избранные труды [1]. Сер. «Классики науки»/ Отв. ред. Л. С. Полак. М.: Наука, 1984. 589 с.
3. *Boltzmann L.* Populäre Schriften [2]. Leipzig: J. Barth, 1905. 435 S.
4. *Больцман Л.* Статьи и речи. М.: Наука, 1970.
5. *Больцман Л.* Очерки методологии физики/Под ред. С. Ф. Васильева. М.: Тимирязевский НИИ изучения и пропаганды естествознания с точки зрения диалектического материализма, 1929.
6. Vorlesungen über Maxwellsche Theorie der Elektricität und des Lichtes. Leipzig: Barth, 1891—1893. Bd. 1, 2.
7. Vorlesungen über Gastheorie. Leipzig: Barth, 1895—1898. Bd. 1, 2. Рус. пер.: Лекции по теории газов. М.: Гостехтеориздат, 1956. 554 с.
8. Vorlesungen über die Principe der Mechanik. Leipzig: Barth, 1897—1904, Bd. 1, 2.

Использованная литература

1. *Бернулли Д.* Гидродинамика, или Записки о силах и движениях жидкости. Сер. «Классики науки». Л.: Изд-во АН СССР, 1959, разд. 10.
2. *Боголюбов Н. Н.* Проблемы динамической теории в статистической физике. М.; Л.: ОНТИ, 1946.
3. *Боголюбов Н. Н., Саночкин Ю. В.* Людвиг Больцман.— УФН, 1957, т. 61, вып. 1, с. 7—15; см. также в [6].
4. *Больцман Людвиг.* Избранные труды. Сер. «Классики науки». М.: Наука, 1984. 589 с.
5. *Больцман Л.* Лекции по теории газов. М.: Гостехтеориздат, 1956, с. 63—72.
6. *Больцман Л.* Статьи и речи. М.: Наука, 1970.
7. *Больцман Л.* Очерки методологии физики/Под ред. С. Ф. Васильева. М.: Тимирязевский НИИ изучения и пропаганды естествознания с точки зрения диалектического материализма, 1929.

---

[1] В этом издании помещены основные статьи Л. Больцмана, посвященные молекулярно-кинетической теории газов, термодинамике, статистической механике, теории излучения и общим вопросам физики, а также полная библиография книг и статей Больцмана и литература о нем.

[2] Имеются и более поздние издания и переводы на английский, французский и русский языки (полные и частичные).

8. *Борель Э.* Случай. М.: Гостехтеориздат. 1923, § 68.
9. *Борн М.* Физика в жизни моего поколения. М.: Изд-во иностр. лит., 1963, с. 172.
10. *Брода Э.* Людвиг Больцман.— Вопр. истории естеств. и техники. М.: Изд-во АН СССР, 1957, вып. 4, с. 53.
11. Броуновское движение. А. Эйнштейн, М. Смолуховский: Сб. статей. М.; Л.: ОНТИ, 1934.
12. *Гельфер Я. М.* История и методология термодинамики и статистической физики. М.: Высш. шк., 1969.
13. *Гиббс Дж. У.* Избранные научные труды. Сер. «Классики науки». М.: Наука, 1982.
14. *Гуров К. П.* Основания кинетической теории. Метод Н. Н. Боголюбова. М.: Наука, 1966.
15. *Давыдов Б. И.* Великий физик: к 50-летию со дня смерти Людвига Больцмана.— УФН, 1957, т. 61, с. 17—22.
16. *Зоммерфельд А.* Памяти Мариана Смолуховского.— В кн.: Пути познания в физике. М.: Наука. 1973, с. 150.
17. *Крылов Н. С.* Работы по обоснованию статистической физики/Предисл. А. Б. Мигдала, В. А. Фока. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1950.
18. *Кубо Р.* Статистическая механика. М.: Мир, 1967, с. 67.
19. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Статистическая физика. М.: Наука, 1976.
20. *Ланжевен П.* Об одной фундаментальной формуле кинетической теории.— Избр. труды. М.: Изд-во АН СССР, 1960, с. 296—337.
21. *Ланжевен П.* Физика прерывности.— Избр. произв. М.: Изд-во иностр. лит., 1949, с. 257.
22. *Ленин В. И.* Материализм и эмпириокритицизм.— Полн. собр. соч., т. 14.
23. ЛО Архива АН СССР, ф. 2, оп. 1899, № 16, л. 17.
24. *Ломоносов М. В.* Попытка теории упругой силы воздуха, 1745; Добавление к размышлениям об упругой силе воздуха. Перепеч. в кн.: Основатели кинетической теории материи. М.; Л.: ОНТИ, 1937, с. 19, 28.
25. *Майлер Ф.* Иоганн Штраус. М.: Музыка, 1980.
26. *Михельсон В. А.* Собр. соч. М.: Гостехтеориздат, 1930, т. 1, с. 3.
27. *Монтролл Э.* К столетию статистической механики.— УФН, 1965, вып. 2, с. 344.
28. *Оствальд В.* Основы физической химии. СПб., 1911.
29. *Паульсен Ф.* Германские университеты. СПб., 1904.
30. *Перрен Ж.* Атомы. М.: Госиздат, 1923.
31. *Пирогов Н. Н.*— ЖРФХО. Физика, 1886, т. 18.
32. *Планк М.* Джеймс Клерк Максвелл и его влияние на теоретическую физику в Германии.— В кн.: *Максвелл Дж. К.* Статьи и речи. М.: Наука, 1968.
33. *Планк М.* Научная автобиография. Избр. труды. М.: Наука, 1975, с. 656.
34. *Планк М.* Теория теплового излучения. М.; Л.: ОНТИ, 1935, с. 111.
35. Планк Макс: Сборник. М.: Изд-во АН СССР, 1958, с. 38.
36. *Полак Л. С.* Вариационные принципы механики, их развитие и применение в физике. М.: Физматгиз, 1960.
37. *Работнов Ю. Н.* Элементы наследственной механики твердых тел. М.: Наука, 1977.

38. *Резерфорд Э.* Избр. труды. Строение атома. М.: Наука, 1972, с. 7—13.
39. *Родный Н. И., Соловьев Ю. И.* Вильгельм Оствальд. М.: Наука, 1969.
40. *Розенбергер Ф.* История физики. Ч. 3. История физики за последнее (XIX) столетие. М.; Л.: ОНТИ, 1936, вып. 2.
41. *Сененко М. С.* Вена. М.: Искусство, 1970.
42. *Станкевич Б. В.* Кинетическая теория газов в математическом изложении. М., 1884.
43. *Станкевич Б. В.* К динамической теории газов.— Унив. изв. Варшава, 1886, № 4, с. 1.
44. *Столетов А.* Очерк развития наших сведений о газах. М., 1879, с. 159.
45. *Терлецкий Я. П.* Космологическая концепция Больцмана, ее значение и дальнейшее развитие.— В кн.: История и методология естественных наук, вып. II. Физика. М.: Изд-во МГУ, 1963, с. 114—120.
46. *Тер Хар Д.*— УФН, 1956, т. 59, вып. 4, с. 619; 1956, т. 60, вып. 1, с. 3.
47. *Уленбек Дж., Форд Дж.* Лекции по статистической механике. М.: Мир, 1965, с. 22—31.
48. *Фламм Л.* Памяти Людвига Больцмана.— УФН, 1957, т. 61, с. 3—5.
49. *Халмош П. Р.* Лекции по эргодической теории. М.: Изд-во иностр. лит., 1959, с. 10.
50. *Хинчин А. Я.* Математические основания статистической механики. М.; Л.: Гостехтеориздат, 1943, § 4.
51. *Чепмен С., Каулинг Т.* Математическая теория неоднородных газов. М.: Физматгиз, 1966.
52. *Эйнштейн А.* Собр. науч. трудов. М.: Наука, 1966, т. 3, с. 75—91.
53. *Эренфест П.* Относительность, кванты, статистика: Сборник статей. М.: Наука, 1972.
54. *Birkhoff G. D., Smith P. A.*— J. Math., 1928, vol. 7 (9), p. 360.
55. *Birkhoff G. D.*— Acta Math., 1922, vol. 43, p. 113; Coll. Math. Pap., N. Y.: Dover Publ., 1968, vol. 2, p. 360.
56. *Birkhoff G. D.*— Proc. Nat. Acad. Sci., 1931, vol. 17, p. 656; 1932, vol. 18, p. 650.
57. *Birkhoff G. D., Koopman B. O.*— Proc. Nat. Acad. Sci., 1932, vol. 18, p. 279.
58. *Blackmore J. T.* Ernst Mach. Los Angeles: Univ. Calif. Press., Ch. 14, p. 205.
59. *Boltzmann L.* Über die Möglichkeit der Begründung der kinetischen Gastheorie auf anziehende Kräfte allein.— Wied. Ann., 1885, Bd. 24, S. 37.
60. *Boltzmann L.*— Sitzungsber. Math.-Naturwiss. Akad. Wiss., 1874, Bd. 70, N 2, S. 275.
61. *Boltzmann L.* Vorlesungen über die Principe der Mechanik. Teil 1, 2 (1ste Abd., 1897; 2te, 1904). Leipzig: Barth; Teil 3. Leipzig: Barth. 1920.
62. *Boltzmann L.* Vorlesungen über Maxwells Theorie der Elektrizität und des Lichtes. Teil 1, 1891; Teil 2, 1893. Leipzig: Barth.
63. *Boltzmann L.* Populäre Schriften. Leipzig: J. Barth, 1905, 435 S.

64. *Boltzmann L.* J. Nabl. Kinetische Theorie der Materie. Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften. Leipzig, 1907, Bd. 5, T. 8, S. 494—557.
65. *Boltzmann L.* Congress of Arts and Science, St. Lois, 1904/ Ed. H. J. Rogers. Boston, 1905, vol. 1, p. 591.
66. *Boltzmann L.*— Ann. Phys., 1884. Bd. 22, S. 291—294.
67. *Boltzmann L.* Über die Eigenschaften monocyklischen und anderer damit verwandter Systeme.— Wien. Ber., 1885, Bd. 90, S. 231.
68. *Sinai Ya. G.* Ergodic theory; *Ruelle D.* Ergodic theory; *Lanford O. E.* Ergodic theory and approach to equilibrium for finite and infinite systems.— In: The Boltzmann equation. Theory and applications. Wien; N. Y.: Spring-Verl., 1973.
69. *Born M., Green H. S.* A general kinetic theory of liquids.— Proc. Roy. Soc. L., 1946, vol. A 188, p. 10; 1947, vol. A 190, p. 455.
70. *Bréale M.* Excursions pédagogiques. P., 1882.
71. *Brillouin M.* Theorie moléculaire de gas; diffusion du mouvement et de l'energie.— Ann. chim., 1900, vol. 20, p. 440.
72. *Broda E.* Ludwig Boltzmann. Mensch. Physiker. Philosoph. B.: Dtsch. Verl., 1957; Wien, 1955.
73. *Brush S. G.* Foundations of statistical mechanics, 1845—1915.— Arch. Hist. Exact. Sci., 1967, vol. 4, N 3, p. 146.
74. *Brush S. G.* The development of the kinetic theory of gases. III. Clausius.— Ann. Sci., 1958, vol. 14. N 3, p. 185.
75. *Bryan G. H.* Ludwig Boltzmann.— Nature, 1906, vol. 74, p. 570.
76. *Bryan G. H.*— In: Brit. Ass. Rep. L., 1894, p. 64—106.
77. *Burbury S. H.* On the law of partition of energy.— Phil. Mag., 1900, Ser. 5, vol. 50, p. 584.
78. *Burbury S. H.* A treatise on the kinetic theory of gases. Cambridge, 1899.
79. *Buyis-Ballot C. H. D.*— Pogg. Ann., 1858, Bd. 105, S. 240.
80. *Campbell L., Garnett W.* Life of Maxwell. L., 1882, p. 210, 217.
81. *Chapman S.* The kinetic theory of simple and composite monoatomic gases. Viscosity, thermal conduction and diffusion.— Proc. Roy. Soc. L., 1916—1917, vol. A 93, p. 1—20; Astrophys. J., 1954, vol. 120, p. 151.
82. *Clausius R.*— Pogg. Ann., 1857, Bd. 100, S. 358; Phil. Mag., 1857, vol. 14, p. 111—112.
83. Цит. по: *Clausius R.* Über die Art von Bewegungen, welche wir Wärme nennen.— Pogg. Ann., 1857, Bd. 100, S. 253; см. также: Основатели кинетической теории материи. М.; Л.: ОНТИ, 1937, с. 42.
84. *Clausius R.*— Pogg. Ann., 1865, Bd. 125, S. 353.
85. *Coudres Th.*— Ber. Sächsische Ges. Wiss., 1906, Bd. 58, S. 617.
86. *Davy H.* Elements of chemical philosophy. L., 1812.
87. Die Deutsche Philosophie der Gegenwart in Selbstdarstellungen. Bd. 2, Alois Höfler. Leipzig: Meiner Verl., 1921, S. 2.
88. *Dugas R.* La théorie physique au sens de Boltzmann et ses prolongements modernes. Neushatel: Griffon, 1959.
89. *Ehrenfest P., Ehrenfest T.* Begriffliche Grundlagen der statistische Auffasung in der Mechanik.— In: Encykl. math. Wiss. Leipzig, 1911, Bd. 4, Teil 2; *Ehrenfest P.*— Coll. Pap. Amsterdam, 1959.

90. *Ehrenfest P., Afanasjeva-Ehrenfest T.* Über zwei bekannte Einwände gegen das Boltzmannsche *H*-Theorem.— Phys. Ztschr., 1907, Bd. 8, S. 311—314.
91. *Ehrenfest P., Afanasjeva-Ehrenfest T.— Ehrenfest P.* Coll. Pap. Amsterdam, 1959, p. 213—302.
92. *Ehrenfest P.*— Ann. Phys., 1914, Bd. 49, S. 894.
93. *Einstein A.*— In: Die Physik/Red. E. Lecher. Die Kultur der Gegenwart, T. 3, Abt 3, Bd. 1. Leipzig: Teubner, 1915, S. 251; *Einstein A.* Kinetische Theory des Wärmegleichgewicht und des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik.— Ann. Phys., 1902. Ser. 4, Bd. 9, S. 417; *Einstein A.*— Ann. Phys., 1905, Bd. 17, S. 549; *Эйнштейн А.*— Собр. науч. трудов. М.: Наука, 1966, т. 3, с. 108.
94. *Enscog D.* Kinetische Theory der Vorgänge in mässing verdünnten Gasen (Inaugural Diss.). Uppsala, 1917; Verallgemeinerung der zweiten Maxwellschen Theory der Gase.— Phys. Ztschr., 1911, Bd. 12, S. 56; Bemerkungen zu einer fundamentalgleichung in der kinetischen Gastheorie.— Phys. Ztschr., 1911, Bd. 12, S. 533.
95. Enseingnement Mathematique. P., 1902, vol. 4, p. 208—211; 1904, vol. 6, p. 376—378. Рус. пер. в кн.: *Адамар Ж.* Исследование психологии процесса изобретения в области математики. М.: Сов. радио, 1970, с. 128—131.
96. *Exner F.*— Neue Frans Press, 8.IX 1906.
97. *Fermi E.*— Phys. Ztschr., 1923, Bd. 24, S. 261.
98. Festschrift Ludwig Boltzmann gewidmet zum sechzigsten Geburtstage 20.11 1904, mit einem porträt, 101 Abbildungen im text und 2 Taffelen. Leipzig: Barth, 1904.
99. *Feyerabend P. K.* L. Boltzmann.— In: The encyclopedia of philosophy. N. Y.: Macmillan Co, 1967, vol. 1, p. 334.
100. *Flamm D.* Life and personality of Ludwig Boltzmann.— In: The Boltzmann equation. Wien; N. Y., 1973, p. 9.
101. *Flamm D.* Ludwig Boltzmann and his influence on science. Geneva: CERN, 1931.
102. *Flamm D.* The life of Ludwig Boltzmann and the history of the kinetic theory.— Sci. et Technol., 1979. Цит. по: *Flamm D.* L. Boltzmann.— In: Boltzmann equation. Theory and applications. Wien: Spring.-Verl., 1973, S. 13.
103. *Flamm L.* Die Persönlichkeit Boltzmann.— Wien. Chem. Ztg., 1944, Bd. 47, S. 30.
104. *Gibbs J. W.* Clausius.— The Sci. Pap. N. Y.: Dover Publ., 1961, vol. 2, p. 261—267.
105. *Guthrie F.* Kinetic theory of gases.— Nature, 1873, vol. 8, p. 67; On the equilibrium of temperature of a gaseous column subject to gravity.— Nature, 1873, vol. 8, p. 486.
106. *Hartman P., Wintner A.*— Amer. J. Math., 1939, vol. 61, p. 977—984.
107. *Hasenöhrl F.* Bericht über die Errichtung eines Denkmals für L. Boltzmann. Wien, 1913.
108. *Herapath J.*— Ann. Phil. New Ser., 1821, vol. 1, p. 280.
109. *Herapath J.* Mathematical physics. L., 1847.
110. *Hershel J.*— Edinb. Review, 1850, vol. 42.
111. *Hertz P.* Über die mechanische Grundlagen der Thermodynamik.— Ann. Phys., Ser. 4, 1910, Bd. 33, S. 225, 537.
112. *Höfler A.* L. Boltzmann als Mensch und als Philosoph.— Süddtsch. Monatshefte, oct. 1906.

113. *Ivon J.* La théorie statistique des fluides et l'equation d'état. P.: Hermann, 1935.
114. *Jeans J.* The dynamical theory of gases. Cambridge: Univ. Press, 1904.
115. *Jeans J.* The distribution of molecular energy.— Phil. Trans., 1901, vol. A 196, p. 397—430.
116. *Kelwin W.* On some test-cases for the Maxwell-Boltzmann doctrine regarding distribution of energy.— Proc. Roy. Soc., 1891, vol. 50, p. 79; Nature 1891, vol. 44, p. 355.
117. *Kelwin W.*— Proc. Roy. Soc. Inst., 27.IV 1900, Baltimore Lectures, Appendix B (addied in 1890).
118. *Kelwin W.* Letter to Mascart 1, 30.XII 1900.— Цит. по: *Thomson S. P.* The life of William Thomsom baron Kelwin of Largs. L., 1910, vol. 2, p. 1150.
119. *Kelwin W.* Nineteenth-century clouds over the dynamical theory of heat and light.— Proc. Roy. Soc. Inst., 27.IV 1900; Baltimore Lectures, Appendix B.
120. *Kienzl W.* Meine Lebenswanderung. Wien, 1953.
121. *Kirkwood J. G.* The statistical mechanical theory of transport processes, I. General theory.— J. Chem. Phys., 1946, vol. 14, p. 180, 347.
122. *Kirkwood J. G., Buff F. P., Green M. S.* J. Chem. Phys., 1949, vol. 17, p. 988; vol. 18, p. 901.
123. *Kirkwood J. G., Boggs E. M.*— J. Chem. Phys., 1942, vol. 10, p. 394.
124. *Klein M. J.* Max Plank and beginning of the quantum theory.— Arch. Hist. Exact Sci., 1962, vol. 1, p. 459.
125. *Krönig A.* Grundzuge einer Theorie der Gases.— Pogg. Ann., 1856, Bd. 99, S. 315.
126. *Krönig A.* Die Chemie. B., 1864.
127. *Langevin P.* Sur la théorie de magnetisme.— C. r. Acad. Sci., 1905, vol. 139, p. 1204; Bull. Soc. France. Physique, 1906, vol. 4, p. 13—17.
128. *Langevin P.* Une formule fondamentale de théorie cinetique.— Ann. chim., 1905, vol. 5, p. 245.
129. *Langevin P.*— Ann. chim. et phys., 1903, vol. 28, p. 364.
130. *Laue M.*— Ann. Phys., 1906, vol. 20, p. 365.
131. *Liouville J.*— Liouville J., 1838, vol. 3, p. 432.
132. *Lorentz H. A.*— Bull. séances soc. franc. phys., 1905, p. 35; Coll. Pap. 1934, vol. 7, p. 291—316.
133. *Lorentz H. A.* Über das Gleichgewicht der lebendigen Kraft unter Gasmolekulen.— Sitzungsber. Akad. Wiss. Wien, 2 Abt., 1887, Bd. 95, S. 115; Coll. Pap. Hague: Nijhoff, 1938, vol. 6, p. 74—111.
134. *Loschmidt J.* Über die Zustand der Wärmegleichgewicht eines Systems von Körpern mit Rücksicht auf die Schwerkaft.— Wien. Ber., 1876, Bd. 73, S. 128—142.
135. *Loschmidt J.* Zür Grösse der Luftmolekule.— Wien Ber., 2 Abt., 1886, Bd. 52, S. 395.
136. *Loschmidt J.*— Wien Ber., 1876, Bd. 73, S. 139; 1877, Bd. 75, S. 67.
137. *Lummer O., Pringsheim E.*— Ann. Phys., 1897, vol. 63, p. 395—410.
138. *Mach E.*— Neue freie Press, 8.IX 1906.
139. *Maxwell J. C.*— Philos. Mag., 1860, vol. 19, p. 19—32.
140. *Maxwell J. C.*— Philos. Mag., 1860. vol. 20, p. 21—37.

141. *Maxwell J. C.*— Philos. Trans. Roy. Soc., 1867, vol. 157, p. 49; Philos. Mag., 1866, vol. 32, p. 390; 1868, vol. 35, p. 129, 185.
142. *Maxwell J. C.*— The Sci. Pap., 1927, vol. 2, p. 26—78.
143. *Maxwell J. C.* Theory of heat. L.: Longmans, 1871, p. 320.
144. *Maxwell J. C.* Letter to Tait P. G., VIII 1973.— In: *Knott C. G.* Life and scientific works of P. G. Tait. Cambridge, 1911 (note 28), p. 114.
145. *Maxwell J. C.* Molecules.— The Sci. Pap. Cambridge: Univ. Press, 1927, vol. 2, p. 365—366.
146. *Maxwell J. C.* On Boltzmann's theorem on the average distribution of energy in a system of materiál points.— Trans. Cambr. Philos. Soc., 1879. vol. 12, p. 547; The Sci. Pap., 1927, vol. 2, p. 713.
147. *Maxwell J. C.* Clerk-Maxwell theory of gases.— Nature, 1873, vol. 8, p. 85; On the final state of a system of molecules in motion subject to forces of any kind.— Nature, 1873, vol. 8, p. 537.
148. *Meitner L.* Looking back.— Bull. Atomic Sci., 1964, sept., p. 3.
149. *Meitner L.*— Adv. Sci., 1964, vol. 20, N 88, p. 39; Bull. Atomic Sci., 1964, vol. 11, p. 2.
150. *Meyer O. E.* Die Kinetische Theorie der Gase in elementare Darstellung mit mathematischen Zusätzen. Breslau, 1866, S. 31—57; 259—287.
151. *Millikan R.* The autobiography. N. Y., 1950, p. 21.
152. *Neumann von J.*— Ztschr. Phys., 1929, Bd. 57, S. 30; Proc. Nat. Acad. Sci., 1932, vol. 18, p. 70. *Иоганн фон Нейман.* Математические основы квантовой механики. М.: Наука, 1964, Доп., с. 325—356.
153. *Neumann von J.*— Götting. Nachr., 1927, Bd. 245, S. 273.
154. *Ostwald W.* Philosophie der Gegenwart in Selbstdarstellungen. Leipzig, 1921, Bd. 2, S. 17.
155. *Oxtoby J. C., Ulam S. M.*— Ann. Math., 1941, vol. 42, p. 874.
156. Physiker über Physiker. Wahlvorschläge zur Aufnahme von Physikern in der Berliner Akademie 1870 bis 1929. Bearbeitet von Christa Kristen und Hans-Günther Körber. B.: Akad.-Verl., 1975, S. 109.
157. *Planck M.* Vorlesungen über Thermodynamik. Leipzig, 1897.
158. *Plancherel M.*— Ann. Phys., 1913, vol. 42, p. 1061.
159. *Poincaré H.* Sur la théorie cinétique des gas.— Rev. gen. sci., 1894, vol. 5, p. 67.
160. *Poincare H.*— Acta Math., 1890, vol. 13, p. 67.
161. *Przibram K.* Errinerungen an Boltzmann's Vorlesungen.— In: The Boltzmann equation. Theory and applications. Wien; N. Y.: Spring.-Verl., 1973, S. 641—642.
162. *Rayleigh J. W.*— Sci. Pap., 1911, vol. 4, p. 451; см. также: *Strutt R. J., Strutt J. W.* Third baron Rayleigh, Arnold, 1924, p. 249, 352.
163. *Rayleigh J. W. S.* Remarks on Maxwell's investigation respecting Boltzmann's theorem.— Philos. Mag., Ser. 5, 1892, vol. 33, p. 356.
164. *Rayleigh J. W. S.* The law of partition of energy.— Philos. Mag., Ser. 5, 1900, vol. 49, p. 98.
165. *Redtenbacher F.* Dynamidensystem. Mannheim, 1857.
166. *Riesz F.*— Comment. math. Helv., 1945. vol. 17, p. 221.
167. *Rosenthal A.*— Ann. Phys., 1913, vol. 42, p. 796; 1914, vol. 43, p. 894.

168. *Sheynin O. B.* On the history of the statistical method in physics.— Arch. Hist. Exact. Sci., 1985, vol. 33, N 4, p. 351—382.
169. *Stefan J.*— Wien. Ber., 1879, Bd. 79, S. 391—428.
170. *Stokes G. G.* On the composition of stream of polarised light from different sources.— Proc. Cambr. Philos. Soc., 1853.
171. *Stokes G. G.* Memoirs and scientific correspondance of the late sir George Gabriel Stokes. Cambridge: Univ. Press, 1907, vol. 2, p. 8—11.
172. *Stoney G. J.* On the kinetic theory of gas regarded as illustrating nature.— Philos. Mag., Ser. 5, 1895, vol. 40, p. 362.
173. *Tait P. G.*— Trans. Roy. Soc. Edinb., 1866, vol. 33, p. 65; repr. in: *Tait P. G.*— Sci. Pap., vol. 2. Cambridge: Univ. Press, 1980, p. 124.
174. *Tait P. G.* Light. 2nd ed. Edinburgh, 1889, p. 237.
175. *Thomson J. J.* Recollections and reflections. L.: Bell, 1936.
176. *Thomson W.*— Philos. Mag., 1867, vol. 34, p. 15.
177. *Uhlenbeck G. E.* The validity and limitations of the Boltzmann equation.— In: The Boltzmann equation. Theory and applications. Wien; N. Y.: Spring.-Verl., 1973, p. 107—120.
178. *Vleck van E. B.*— Bull. Amer. Math. Soc., 1915, vol. 21, p. 335.
179. *Volterra V.* Sulle equazioni integrodifferenziali della theoria dell'elasticita.— Atti della Reale Acad. dei Lincei, 1909, vol. 18, N 2, p. 295; Leçons sur la fonctions de lignes. P.: Gauthier-Villar, 1913; Theory of functionals and of integral and integrodifferential equations. L.: Blackie, 1931.
180. *Waterston J.* The Collected Sci. Pap. Edinburgh, 1928, vol. 1, 2.
181. *Waterston J.*— Philos. Trans., 1893, vol. 183A, p. 5.
182. *Watson H. W.* A trestise on the kinetic theory of gases. 2nd ed. Oxford, 1893.
183. *Wehrle L.* Univers aléatoire. Neushâtel: Griffon, 1956.
184. Weitere Nachrichten über der letzten Tage.— Die Zeit, N 1420, Abendblatt, 7.IX 1906, anonim.
185. *Wintner A.*— Proc. Acad. Sci., 1932, vol. 18, p. 248—251.
186. *Zermelo E.*— Ann. Phys., 1896, Bd. 57, S. 485.
187. *Zeuner G.* Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie. Leipzig, 1866.

Основные даты жизни и деятельности Л. Больцмана

1844 г., 20 февраля — родился Л. Больцман
1863—1867 гг.— учится в Венском университете
1867 г.— Больцман — ассистент-профессор Института физики в Вене
1868 г.— получает степень доктора
1869—1873 гг.— профессор математической физики университета в Граце
1872—1876 гг.— развитие молекулярно-кинетической теории газа и статистической механики
1873—1876 гг.— профессор математики в университете в Вене
1876 г.— женитьба на Генриетте фон Айгентлер
1876—1890 гг.— профессор экспериментальной физики и директор Физического института в Граце; декан философского факультета; ректор университета
1890—1893 гг.— профессор теоретической физики в Мюнхенском университете
1894—1900 гг.— руководит кафедрой теоретической физики в Венском университете
1895, 1898 гг.— «Лекции по теории газа», т. 1—2
1897, 1904 гг.— «Лекции о принципах механики», т. 1—2
1900—1902 гг.— профессор теоретической физики в Лейпцигском университете
1902—1906 гг.— кафедра теоретической физики университета в Вене
1905 г.— выходит в свет сборник «Populäre Schriften» («Популярные статьи»)
1906 г., 5 сентября — смерть Больцмана

УКАЗАТЕЛЬ ИМЕН